

UNIVERSIDAD CAMILO JOSÉ CELA  
FACULTAD DE CIENCIAS JURÍDICAS Y ECONÓMICAS  
Plan de Estudios: Programa de Doctorado en Economía, Empresa y Finanzas.



El cálculo de los costes estándares a través del uso de la lógica difusa.  
Una investigación doctrinal aplicada.

TESIS DOCTORAL

Madrid, Julio 2017

DOCTORANDO

D. Alejandro Pursals Puig

DIRECTORES:

Dr. D. Alfredo Rocafort Nicolau

Universidad de Barcelona

Dr. D. Oscar Montés Pineda

Universidad Camilo José Cela



## SUMARIO

---

Índice	5
Índice de tablas	11
Índice de gráficos	13
Agradecimientos	15
Resumen	17
Capítulo 1: Objetivos y base metodológica	19
<b>Parte I: Los costes estándares</b>	
Capítulo 2: Los presupuestos y los costes estándares	35
Capítulo 3: Los costes estándares y las desviaciones	59
Capítulo 4: El coste estándar de la materia prima y sus desviaciones	75
Capítulo 5: El coste estándar de la mano de obra y sus desviaciones	93
Capítulo 6: El coste estándar de los costes generales de transformación	111
<b>Parte II: La lógica difusa</b>	
Capítulo 7: Introducción de la lógica borrosa	137
Capítulo 8: Conceptos e instrumentos básicos para modelizar y gestionar en incertidumbre	149
Capítulo 9: Teoría general de los expertones y la defuzzificación	171
<b>Parte III: Antecedentes de la aplicación de la lógica difusa al cálculo de los estándares.</b>	
Capítulo 10: Aplicaciones de la teoría de los conjuntos borrosos en la investigación de gestión de producción	185
Capítulo 11: El uso de la lógica borrosa en el cálculo estándar de los factores de producción	203
<b>Parte IV: Construcción del modelo teórico</b>	
Capítulo 12: Un modelo teórico de cálculo de coste estándar a través del uso de la lógica difusa	219
<b>Conclusiones</b>	255
<b>Fuentes bibliográficas</b>	263



# ÍNDICE

---

<b>Índice de tablas</b>	11
<b>Índice de gráficos</b>	13
<b>Agradecimientos</b>	15
<b>Resumen</b>	17
<b>Capítulo 1: Objetivos y base metodológica</b>	
1. Introducción	21
2. Contexto de la investigación	21
3. Objetivos de la tesis	25
4. Hipótesis de la tesis	26
5. Breve descripción de la tesis	27
6. Tipología de la investigación	31
<b>Parte I: Los costes estándares</b>	
<b>Capítulo 2: Los presupuestos y los costes estándares</b>	
1. Introducción	37
2. La planificación de los presupuestos	39
2.1 La planificación de las ventas	43
2.2 La planificación de la producción	45
2.3 La planificación financiera	46
3. Los modelos teóricos	51
3.1 El modelo de simulación de Mattesich	51
3.2 El modelo de Charnes, Cooper y Miller	52
3.3 El modelo de Robichek, Teichroew y Jones	52
3.4 El modelo de Chambers	53
3.5 El modelo FIRM	54
3.6 El modelo de Carleton	54
4. Presupuestos estáticos y presupuestos flexibles	55
4.1 El uso de los presupuestos flexibles o estáticos	56
4.2 Variaciones en el presupuesto flexible	57
<b>Capítulo 3: Los costes estándares y las desviaciones</b>	
1. Introducción	61
2. Tipos de costes estándares	64
3. Determinación del cálculo del coste estándar	65

4.	Desviación del coste estándar	67
5.	Análisis de las desviaciones	71

#### **Capítulo 4: El coste estándar de la materia prima y sus desviaciones**

1.	Introducción	77
2.	Los costes específicos en la determinación del coste del aprovisionamiento	77
3.	El cálculo del estándares de la materia prima	82
3.1	El expertizaje	84
3.2	La logística inversa	86
4.	El cálculo y las desviaciones de los estándares de materia prima	87
4.1	Las desviaciones del estándar técnico de las materias primas	88
4.2	Las desviaciones del estándar económico de las materias primas	89

#### **Capítulo 5: El coste estándar de la mano de obra y sus desviaciones**

1.	Introducción	95
2.	El cálculo de mano de obra	96
2.1	Técnicas de remuneración	96
2.2	Retribución del coste de la mano de obra	96
2.3	Asignación e imputación de la mano de obra	100
2.4	La curva de aprendizaje	101
3.	El cálculo de los estándares de la mano de obra	102
3.1	La motivación	105
4.	El cálculo y las desviaciones de los estándares de la mano de obra	107
4.1	Las desviaciones del estándar técnico de la mano de obra	107
4.2	Las desviaciones del estándar económico de la mano de obra	108

#### **Capítulo 6: El coste estándar de los costes generales de transformación**

1.	Introducción	113
2.	La clasificación de los costes generales de transformación vinculados a la producción	113
3.	La actuación de los costes fijos frente al nivel de actividad	117
4.	Distribución de los costes generales de transformación de las secciones principales	117
5.	Distribución de los costes generales de transformación de las secciones auxiliares	119
6.	Desviaciones de los costes generales de transformación	125
6.1	Desviaciones bajo el modelo presupuestos rígidos	129
6.2	Desviaciones bajo el modelo presupuestos flexibles	131
7.	Desviaciones bajo el modelo de presupuesto flexible: un modelo alternativo	132

## **Parte II: La lógica difusa**

### **Capítulo 7: Introducción de la lógica borrosa**

- |    |  |     |
|----|--|-----|
| 1. | Concepto de lógica borrosa                     | 139 |
| 2. | La complejidad de la previsión de los cálculos | 140 |

### **Capítulo 8: Conceptos e instrumentos básicos para modelizar y gestionar en incertidumbre**

- |    |  |     |
|----|--|-----|
| 1  | La valuación                                   | 151 |
|    | 1.1. Aritmética de la valuación                | 152 |
| 2  | Intervalos de confianza                        | 154 |
|    | 2.1. Aritmética de los intervalos de confianza | 154 |
|    | 2.2. Ordenación                                | 156 |
| 3. | La teoría de los subconjuntos borrosos         | 156 |

### **Capítulo 9: Teoría general de los expertones y la defuzzificación**

- |    |                                      |     |
|----|--------------------------------------|-----|
| 1. | Concepto de expertón                 | 173 |
| 2. | Ordenación del proceso de expertones | 174 |
| 3. | Concepto de defuzzificación          | 178 |

## **Parte III: Antecedentes de la aplicación de la lógica difusa al cálculo de los estándares.**

### **Capítulo 10: Aplicaciones de la teoría de los conjuntos borrosos en la investigación de gestión de producción**

- |    |   |     |
|----|---|-----|
| 1. | Introducción  | 187 |
| 2. | Teoría de conjuntos borrosos y de investigación de gestión de la producción                                 | 188 |
| 3. | Programación del trabajo  | 189 |
|    | 3.1. La lógica difusa y sus aplicaciones referidas a la cadena de suministro                                | 192 |
|    | 3.2. La lógica difusa y sus aplicaciones en los modelos de cantidad económica de pedido (EOQ)               | 193 |
|    | 3.3. La lógica difusa y sus aplicaciones referidas a la planificación de requerimientos de materiales (MRP) | 194 |
|    | 3.4. La lógica difusa y sus aplicaciones en la planificación de recursos de la empresa (ERP)                | 194 |
|    | 3.5. La lógica difusa y sus aplicaciones en la planificación del inventario                                 | 195 |
|    | 3.5.1 Modelo de inventario permanente sin pedido pendiente y difuso   | 195 |
| 4. | Gestión de proyectos  | 198 |
|    | 4.1. Gestión de proyectos   | 198 |

4.2.	Gestión de investigación y desarrollo (I+D)	199
4.3.	Gestión de calidad	200

## **Capítulo 11: El uso de la lógica borrosa en el cálculo estándar de los factores de producción**

1.	Introducción	205
2.	Los costes estándares de materiales y sus desviaciones bajo condiciones de incertidumbre	205
2.1	El coste de los materiales bajo lógica difusa	205
2.2	Cálculo de las desviaciones de los materiales bajo la lógica difusa	208
3.	Los costes estándares de mano de obra y sus desviaciones bajo condiciones de incertidumbre	210
3.1	Fijar la dimensión de una plantilla	211
3.1.1	Método a través de los números borrosos	212
3.2	Cálculo de las desviaciones de las mano de obra bajo la lógica difusa	213
4	Modelización de una función difusa de los costes variables en ambientes de incertidumbre para la planificación de la producción	214

## **Parte IV: Construcción del modelo teórico**

### **Capítulo 12: Un modelo teórico de cálculo de coste estándar a través del uso de la lógica difusa**

1.	Introducción	221
2.	Una función difusa de los costes generales de fabricación en ambientes de incertidumbre.	222
2.1	Restricciones	224
2.1.1	Restricciones de capacidad	225
2.1.2	Restricciones de mercado	225
2.1.3	Restricciones administrativas	225
3.	Modelo con función difusa de los costes generales de fabricación fijos	225
4.	Sistematización alternativa del cálculo del intervalo difuso de $R^+$ Expertones	226
4.1	Modelo tipo del cálculo del intervalo difuso	226
4.2	Modelo alternativo al cálculo del intervalo difuso	233
5.	Modelo de alternativo de defuzzificación de un intervalo difuso establecido por los $R^+$ expertones	238
5.1.	Concepto de defuzzificación	238
5.2.	Proceso alternativo de defuzzificación; conversión un número borroso en un número cierto	239



6. Determinación de un nuevo modelo del cálculo de un conjunto difuso óptimo y la creación de una matriz de costes estándares	241
6.1 Determinación de un nuevo modelo del cálculo de un conjunto difuso óptimo	241
6.1.1 Costes fijos	244
6.1.2 Costes variables	250
6.2. Sistema matricial alternativo de estándares y desviaciones	252
6.2.1 Matriz de estándares	253
<b>Conclusiones</b>	257
<b>Bibliografía</b>	265



## ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1:	Los diez pasos del proceso formal del benchmarking	42
Tabla 2:	Clasificación de los métodos de pronóstico	45
Tabla 3:	Fórmulas para el cálculo de las desviaciones	73
Tabla 4:	Algunos de los costes directamente relacionados con la titularidad de los inventarios	80
Tabla 5:	Técnicas de remuneraciones colectivas e individuales	96
Tabla 6:	Variables de remuneración establecidas por Robleda, H	100
Tabla 7:	Reparto secundario a través del modelo directo	119
Tabla 8:	Secuencia del reparto primario y secundario	121
Tabla 9:	Claves de reparto en el reparto secundario	122
Tabla 10:	Estimación del nivel de variación mínimo y máximo en relación al coste de máxima presunción	173
Tabla 11:	Captación de valuaciones	174
Tabla 12:	Clasificación de frecuencias absolutas	175
Tabla 13:	Clasificación de frecuencias relativas	175
Tabla 14:	Cálculo del R+- Expertón	176
Tabla 15:	Resultado de las encuestas realizadas a los expertos	202
Tabla 16:	Resultado de las encuestas realizadas a los expertos del estudio	234
Tabla 17:	Captación de las valuaciones del estudio	235
Tabla 18:	Clasificación de las frecuencias absolutas del estudio	236
Tabla 19:	Clasificación de las frecuencias relativas del estudio	236
Tabla 20:	Clasificación de las frecuencias acumuladas inversas o M-Expertón del estudio	236
Tabla 21:	Cálculo del R+ Expertón del estudio	237
Tabla 22:	Nuevos valores con las funciones de mínimos y máximos	240



## ÍNDICE DE GRÁFICOS

---

Gráfico 1:	Umbral de rentabilidad o punto muerto	48
Gráfico 2:	Ciclo operacional del efectivo	51
Gráfico 3:	Representación de las desviaciones según la técnica C/SCS	70
Gráfico 4:	Representación de las desviaciones	71
Gráfico 5:	Representación gráfico de las variables de remuneración	100
Gráfico 6:	Costes totales fijos en reparación	114
Gráfico 7:	Costes unitarios fijos en preparación	114
Gráfico 8:	Costes totales fijos programados	115
Gráfico 9:	Costes totales semifijos	115
Gráfico 10:	Costes unitarios semifijos	115
Gráfico 11:	Costes totales proporcionales	115
Gráfico 12:	Costes unitarios proporcionales	115
Gráfico 13:	Costes totales progresivos	116
Gráfico 14:	Costes unitarios progresivos	116
Gráfico 15:	Costes totales degresivos	116
Gráfico 16:	Costes unitarios degresivos	116
Gráfico 17:	Representación gráfico de la función triangular de la membresía	142
Gráfico 18:	Representación del grado de pertenencia y los alfa-cortes	158
Gráfico 19:	Representación de un número borroso triangular	168
Gráfico 20:	Cuando la función de pertenencia de experto no se cruza con la media o agregada	177
Gráfico 21:	Cuando la función de pertenencia de experto se cruza con la media o agregada	177
Gráfico 22:	Sistema de control de revisión de inventarios	196
Gráfico 23:	Función máxima de membresía	199
Gráfico 24:	Función del centroide o método Sugeno	199
Gráfico 25:	Función del máximo promedio eficaz	199
Gráfico 26:	Función del máximo medio	199
Gráfico 27:	Función de un número triangular difuso asimétrico	226
Gráfico 28:	Función de un número trapezoide difuso asimétrico	227
Gráfico 29:	Proceso de anotación del intervalo de las estimaciones	238
Gráfico 30:	Función de mínimos de una función cuadrática cóncava	242
Gráfico 31:	Función de máximos de una función cuadrática convexa	243
Gráfico 32:	Función de intersección de la función mínima y máxima	243



## Agradecimientos

---

Una vez revisadas las últimas correcciones y dada por concluida la tesis doctoral, era el momento de recoger en ella los agradecimientos y reconocimientos a personas de mi alrededor que, sin su apoyo, motivación y ánimo me habría sido del todo imposible empezarla o finalizarla.

La meditación, desarrollo y conclusión a lo que te obliga una tesis doctoral basado en un pensamiento experimental con el objetivo de desarrollar una ciencia social requiere de todo pensamiento, lo que me ha comportado el desarrollo intelectual en su vertiente empírica más importante de mi vida, quiero, deseo finalizarlo expresándolo desde la vertiente más humanista.

Por la oportunidad que me dio, quiero hacer una primera mención muy especial de agradecimiento a mi mentor académico el Excelentísimo Doctor D. A. Rocafort Nicolau y a mi querido amigo Alfredo.

He tenido el honor de conocer al Dr. V. Ferrer Grau que fue el faro en ese nuevo mundo tan desconocido para mí.

Los consejos y aportaciones del Dr. D. Oscar Montes han sido, a mi parecer, capitales y esenciales para el enriquecimiento de mi investigación y es por ello que le envío mi tercer agradecimiento personal.

Han sido tantos momentos y de tanta intensidad que no hubieran sido posibles sin el incondicional apoyo de muchos seres queridos. Por ello quiero expresar mi reconocimiento más especial a su incondicional soporte a mi familia y de la que me siento muy orgulloso, donde con los sacrificios de mi madre (*in memoriam*) y mi padre (*in memoriam*) junto con mis queridos hermanos Antonio, Ana y Carlos, mis cuñadas María José y Cristela, mis sobrinos Alejandro e Ignacio y sobrinas Marta, Berta y Araceli no habríamos tenido aquellas tertulias de café donde solo hablábamos de mi tesis.

Otras personas han tenido un papel relevante en este logro, que de forma discreta siempre han estado ahí siendo ahora el momento de su reconocimiento, es por ello que deseo hacer un reconocimiento muy especial a mi amiga Francisca que en su discreto papel siempre me ha apoyado y creído en mi capacidad de lograrlo. A mi amigo Xavier, Ferrán y Pedro.

Sin vosotros no lo hubiera logrado. Mi más sincero agradecimiento a todos/as.





## RESUMEN

---

Las empresas tienen que participar actualmente en mercados donde se exponen a una variedad de productos competitivos debido a la escasez insumos, la permanente actualización tecnología y los nuevos canales de venta sociales, rivalizando activamente en el precio, para lo cual el control y la reducción de los costes resulta a todas luces esencial y primordial.

La presente investigación propone la hipótesis de demostrar la eficiencia en la determinación de los costes generales de fabricación estándares, bajo el método de presupuestos flexibles, usando la lógica difusa bajo supuestos de incertidumbre, y así poder minimizar el impacto de las desviaciones entre el presupuesto previsto y los costes reales o históricos.

La utilización de la lógica borrosa se maximiza con procesos que son altamente complejos y donde no existen modelos matemáticos precisos, o para procesos altamente no lineales o cuando estos se envuelven en conocimientos no estrictamente definidos.

Los datos de este estudio revelan: a) que la suma de las desviaciones técnicas de los costes generales de fabricación, fijos y variables, son iguales a la desviación en rendimiento del modelo tradicional, b) que la suma de las desviaciones económicas de los costes generales de fabricación, fijos y variables, son iguales a la desviación en presupuesto sobre el modelo tradicional y, c) que la desviación total del modelo alternativo es igual a la desviación total del modelo anterior, siendo la desviación total modelo alternativo la suma de todas las desviaciones.

La investigación aporta, al modelo matricial de los intervalos de lógica difusa, un modelo alternativo a través de una función que determina los factores generales de producción de un proceso. El estudio presenta una forma alternativa en el perfil de la deducción de los límites mínimos y máximos de la función difusa en un punto de corte, siendo este punto de intersección donde encontramos el punto del coste esperado defuzzificado, a través de la cual, la función cuadrática de máximos y mínimos de la desviación económica del estándar de materia prima contribuye con una mayor exactitud al resultado.

Para conseguir el objetivo de este estudio se propone una nueva expresión matricial para definir la clasificación de costes según sean fijos o variables en las filas de la matriz, y la ordenación por columnas según la imputación de las secciones.

Por tanto, este trabajo puede encuadrarse en las facetas epistémicas y de conjuntos de la lógica borrosa, ya que, en último término trata con representaciones de información, y clases de entidades que no están definidas de manera precisa. Secundariamente, se puede encuadrar en la faceta relacional, dado que se trata del paradigma de adaptación basado en reglas como un modelo de adaptación concreto.



## Capítulo 1

### Objetivos y base metodológica

---

1. Introducción
2. Contexto de la investigación
3. Objetivos de la tesis
4. Hipótesis de la tesis
5. Breve descripción de la tesis
6. Tipología de la investigación



## 1.- Introducción

Cuando en la economía mundial, la demanda superaba a la cantidad de productos ofertados los costes únicamente eran controlados con el efecto de incrementar los beneficios de las actividades empresariales.

Mientras que hoy, ante la competencia globalizada entre las empresas, estas han entendido que existen limitaciones de los bienes y servicios básicos que dispone para su proceso de producción, una fuerte demanda de los insumos de producción y el dinámico componente tecnológico en todas las áreas fabriles.

Es por ello que las empresas deben ser eficientes en la una mejora de sus procesos con el objetivo de reducir sus costes de producción o servicios.

Para ello la planificación de los costes, a los efectos de partir de unos precios de factores de producción que generen una ganancia que permita alcanzar las rentabilidades requeridas por los inversores y estimar las alteraciones de mercado y sus conductas, son los retos estratégicos que se encuentran los ejecutivos.

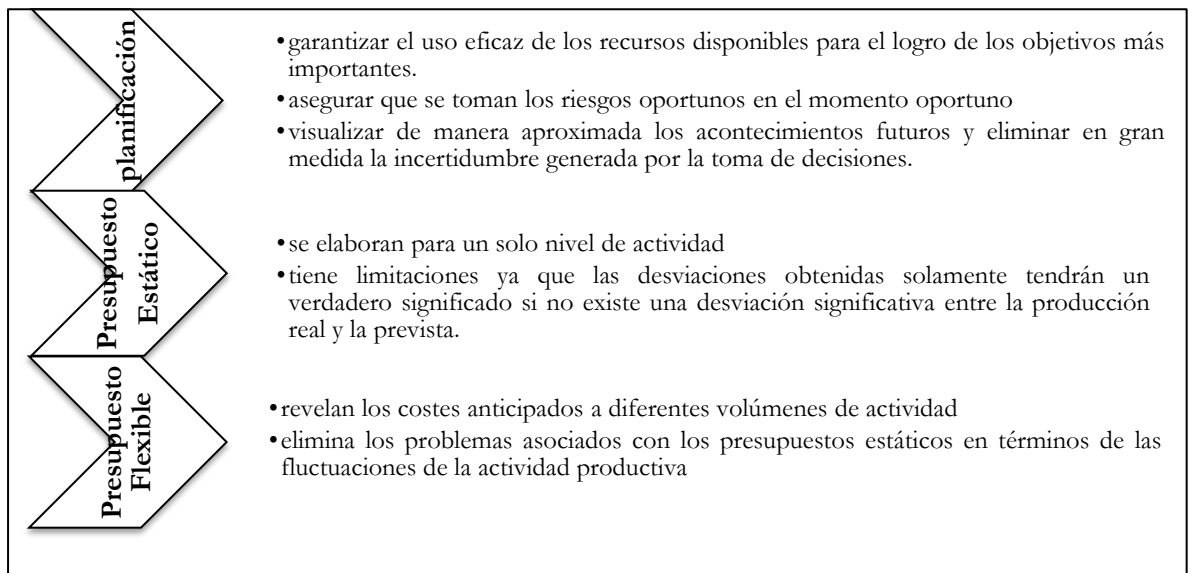
Estas decisiones a veces son tomadas bajo entornos de certidumbre donde son conocidos y por tanto estimables, los precios, los recursos e incluso los cambios tecnológicos previstos mientras que bajo circunstancias de incertidumbre, como el comportamiento de una demanda, que puede alterar el aprovechamiento de los costes fijos, las fluctuaciones de precios de insumos, bajo influencia geopolítica o cambios tecnológicos, la planificación es mucho más difícil de determinar.

El presente trabajo se centrará en determinar los costes de producción – materias primas, mano de obra y costes generales de fabricación – futuros o también llamados costes estándares que se puedan estimar bajo este entorno de incerteza.

Para ello la planificación de los costes no se preocupará de las decisiones futuras, sino del impacto futuro de las decisiones actuales con lo que el cálculo de los costes estándares se avanza en el tiempo al cálculo provisional de éstos.

## 2. Contexto de la investigación

El presupuesto (Figura A) se utiliza generalmente como una herramienta de proyección para la estimación de los costes del negocio en un período determinado de tiempo.



(Figura A: proceso de presupuesto)

En definitiva, un presupuesto basado en costes estándares de producción parte como principio verdadero, dada su base científica de la contabilidad financiera, y las diferencias con el real generan una variación que son fruto de un trabajo mal realizado, constituyendo una pérdida/beneficio, que se expone en la cuenta de pérdidas y ganancias – separada del coste de ventas – para informar con precisión las ineficiencias fabriles y sus causas. De esta manera se cuenta con información para asignar responsabilidades y corregir desvíos.

Un coste estándar es un patrón de medida científicamente elaborado que nos indica cuánto debería costar la elaboración de un producto o la prestación de un servicio si se dan ciertas condiciones. Estas condiciones pueden ser ciertas o bien inciertas.

En este estudio centraremos los costes de elaboración de un producto o servicio de los siguientes insumos:

- Materias primeras, semielaboradas y terminadas
- Mano de obra directa a la sección y mano de obra indirecta, es decir, aquella que no es imputable directamente a una sección y que precisa de una clave de reparto.
- Costes generales de fabricación:
  - Fijos que se mantienen inalterados a su nivel de actividad
  - Variables que fluctúan en función del nivel de actividad real.

Los costes estándares son fácilmente aplicables tanto en sistemas de producción basados en ‘procesos’ como en los de ‘órdenes de trabajo’, y tienen su máxima expresión en actividades que tienden a ser rutinarias y repetitivas y en las que los productos tienden a ser estandarizados.

A diferencia de los presupuestos rígidos o estáticos, los presupuestos flexibles revelan información de los costes a diferentes volúmenes de actividad, lo que elimina los problemas asociados con los presupuestos estáticos en términos de las fluctuaciones de la actividad productiva, por lo que los costes reales incurridos pueden compararse con los costes presupuestados al mismo volumen de producción, por ello es que los presupuestos flexibles son una forma más realista de presupuestar. En definitiva el presupuesto flexible detecta la falta de aprovechamiento de los costes fijos.

Cuando una empresa cumple estrictamente los objetivos marcados a través de sus costes estándares el presupuesto original no precisa de implantar un presupuesto flexible ya que este último sería igual al primero, y por tanto la empresa se mueve bajo entorno de decisiones ciertas y conocedoras.

Cuando se precisa obtener mayor detalle de las causas de las desviaciones (Figura B) se precisan de muchas más magnitudes para su control y establecer en el siguiente ciclo económico su corrección, ya que las empresas tienen un gran interés en proporcionar información precisa a los stakeholders por lo que, con precisión, se puedan gestionar sus carteras y ajustar sus expectativas de dividendos en consecuencia, y por lo tanto se mueve con variables basadas en incertidumbre y por lo tanto desconocedoras.

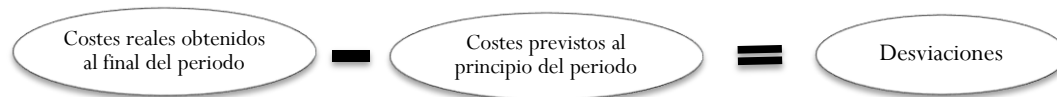


Figura B: desviación: variación producida en el coste estimado o previsto con el coste real obtenido al final del periodo

Para estimar los costes se pueden utilizar las técnicas cualitativas, que se basan o bien en la aportación del experto aplicando una base intuitiva al cálculo o bien mediante la búsqueda de similitud de producto que nos lleve a una comparación del coste de forma análoga en el mercado o en la región, véase figura C. Por otro lado, se pueden estimar los costes basándose en las técnicas cuantitativas del producto o servicio. Una de estas vertientes nos lleva la estimación paramétrica y la segunda vertiente nos lleva a la estimación analítica. La diferencia que se encuentra entre la paramétrica y la técnica analítica es en el nivel de la integridad de los datos Niazi et al., [2006].

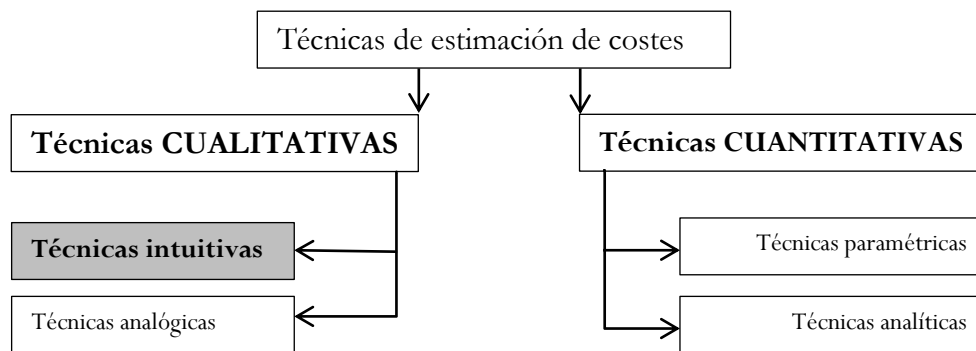


Figura C: representación de las técnicas de estimación de costes por Niazi, et al [2006]

El uso de la técnica intuitiva, para el cálculo de los costes estándares, destaca como base metodológica para el lanzamiento de un producto o servicio nuevo por la complejidad de su estimación. La complejidad al tratar de estudiarlos y explicarlos en toda su extensión, se presenta en la forma de incertidumbre y ambigüedad. Es por ello que la complejidad de un sistema decrece conforme aprendemos más acerca de él, incrementando al mismo tiempo nuestro entendimiento del mismo. Al decrecer la complejidad se obtiene mayor precisión en el modelado del sistema. Es así como podemos relacionar el grado de complejidad de un sistema con la precisión de los modelos del sistema.

Ambas técnicas pueden convivir en la determinación de una planificación y no son excluyentes en su uso.

Niazi et al. [2006] estima que: *“Esta aproximación a la estimación de costes es particularmente útil en el manejo de incertidumbre. Reglas borrosas, como las de diseño y producción, se aplican a este tipo de problemas para obtener estimaciones más confiables.”* (Figura C)

La técnica cualitativa favorece la interpretación sobre las causas de las desviaciones y la posterior adscripción de las responsabilidades donde, a veces, los modelos cuantitativos dejan en las sombras un conjunto de valores y situaciones cualitativas que pueden llegar a representar las claves más importantes de las variaciones encontradas o que el conjunto de las causas puede llevar a dichas desviaciones mixtas a una muy difícil adscripción.

Es por ello que en estas situaciones de incertidumbre la técnica de la lógica borrosa como técnica de estimación de costes cualitativa es un método de razonamiento aproximado no probabilista, que puede definirse como una extensión de la lógica multivaluada que facilita enormemente el modelo de información cualitativa de forma aproximada.



Su éxito se debe principalmente a la posibilidad de resolver problemas de una gran complejidad y poco definidos que, mediante métodos tradicionales, son difíciles de solucionar, y está respaldada por la opinión de expertos, nos reduce la incertidumbre, nos contribuye a la toma de decisiones sobre las causas de las desviaciones generadas y aportar las alternativas para la confección de los estándares futuros y su transcripción a las responsabilidades de los gestores de dichos patrones.

### 3. Objetivo de la tesis

El objetivo central de esta investigación es demostrar la eficiencia del uso de la lógica difusa para determinar, bajo supuesto de incertidumbre, los precios unitarios de los costes estándares, usando el método de los presupuestos flexibles, a modo genérico, y determinar los precios unitarios de los costes generales de fabricación en particular.

Y como objetivo secundario evidenciar que establecer los costes bajo tomas de decisión incierta a través de la lógica difusa minimiza el diferencia la desviación, es decir, entre el esperado y lo obtenido de forma más eficiente que a través de los métodos tradicionales. (Figura D)



Figura D: Implicación de la incertidumbre en el coste estándar

Para alcanzar el objetivo prioritario se buscará trabajar con los siguientes métodos que desde la vertiente conclusiva me axioma en:

- Proponer un modelo de la función difusa de los costes de fabricación en ambientes de incertidumbre, a través de:
  1. Maximizar de la capacidad productiva óptima sobre la capacidad realmente utilizada.
  2. Plantear una función objetivo conformado por los costes fijos y variables de los costes generales de fabricación, ya que partimos de la premisa que los de materia prima y mano de obra son variables y por tanto no están afectados por el nivel de actividad de la producción. Rocafort, A. [2008].
  3. Se tienen en cuenta las restricciones a la misma tales como mercado, inventario, logística, capacidad y administrativa. Siendo estas dos últimas las que pondremos mayor atención.
  4. Se parte del modelo de regresión lineal difusa aportado por Tanaka [1989] y el modelo de programación agregada de Charnes [1959].

5. Para el proceso de defuzzificación se utilizará el proceso de inferencia o aplicar las normas del proceso de defuzzificación para llegar a un resultado previamente fuzzificado. Mendiburu Díaz, H. A. [2008].
6. Establecer una función de máximos y mínimos que permita determinar el precio unitario de los costes estándares a través del punto de corte. Ehsan Eshtehardiana et al [2008].
7. Se considera que tanto los costes fijos como los variables siguen patrones perfectamente lineales dentro del intervalo de producción normal, ya que una aceleración de la actividad requeriría de recursos más caros y más altos
8. A efectos de obtener un intervalo que simplifique los cálculos, se opera mediante la división de Minkowsky [1903]. Este método implica la división entre extremos inferiores y superiores respectivamente, Farouki, Pyo, Ravani [2001].
9. En contrapartida, la “división normal” aplicada a intervalos definidos por números positivos se calcularía con la división cruzada de intervalos inferiores y superiores respectivamente.
10. Se utilizará el concepto del expertón, el cual representa la fusión de las opiniones de los expertos expresadas con intervalos, y transformadas a un número borroso. Mediante esta técnica, se inicia el proceso solicitando a los expertos valuaciones en [0,1] (usualmente, con un sistema endecadario), donde dichas opiniones se ordenan, procesan y unifican en forma de subconjunto borroso, y mediante el uso de intervalos de confianza, dando lugar al expertón.
11. Dado que el objetivo es la búsqueda de un intervalo que estime un coste estándar a efectos de detectar desviaciones, interesa acotar al máximo dicho intervalo para dotar de precisión a la posible desviación.
  - Plantear la eficiencia y agilidad en la gestión de la información mediante una expresión matricial para definir la clasificación de costes según sean fijos o variables y clasificados por secciones basadas en el trabajo de Farouki, R.T., Pyo H., and Ravani, B. [2001].

#### 4. Hipótesis de la tesis

Derivado del objetivo general, nuestra hipótesis de trabajo será que, la nueva modelización de la función difusa de los costes de fabricación - fijos y variables-, teniendo en cuenta el impacto del nivel de actividad sobre los costes fijos para determinar las tasa estándares en un presupuesto flexible, en ambientes de incertidumbre, y tras proceder a la construcción del Expertón calculando primero las frecuencias absolutas, seguido por el cálculo de las frecuencias relativas y por último las frecuencias acumuladas inversas, nos dará como resultado la obtención de un

estándar económico defuzzificado a través de un contraexpertizaje de los R+ Expertones, y esta será, la cantidad hallada por el impacto de la incertidumbre a través de la progresión lineal generando un estándar económico y técnico de los costes de fabricación.

Como se ha indicado con anterioridad, esta nueva hipótesis nos aportará, a través de la función cuadrática de máximos y mínimos, una mejora en la eficiencia del cálculo de la predicción establecida sobre el modelo presentado hasta ahora, transfiriendo una mayor exactitud a la predicción establecida del coste unitario estándar.

Para una mayor clarificación se utilizará los valores del ejemplo aportados por Reig, J et al. [2002] con los siguientes valores para el cálculo del estándar económico de una materia prima, donde se evidenciará una mejora en el resultado en un 50% respecto de esta autor.

## 5. Breve descripción de la tesis

La estructura de la tesis se presenta en cuatro partes diferenciadas.

La **primera parte** del estudio se encarga de describir el coste estándar y la necesidad de estimarlo para la proyección futura de los resultados en periodos de corto, medio o largo plazo según la metodología de cálculo que se precise.

Una vez hemos estimado el coste estándar que precisamos estimar es de vital importancia que sepamos interpretar el significado de las desviaciones que se producen en el momento que comparamos el valor estimado con el valor realmente obtenido al final del periodo.

Este investigador se centra en detallar la metodología, cálculo e interpretación de las desviaciones para los costes de fabricación siendo estos los de materias primas, mano de obra y costes generales. Se pone énfasis en la determinación, cálculo e imputación de los costes fijos y variables ya que estos están afectados por el nivel de actividad de la producción.

Esta primera parte enunciativa se resumen en los primeros cinco capítulos:

- El **capítulo dos** desarrolla y describe la necesidad de las empresas a establecer un presupuesto de trabajo que cuantifique los objetivos económicos y establezca los recursos técnicos de que dispone esta para lograr dichos objetivos. Así mismo en este capítulo presenta y diferencia el uso de la metodología entre un presupuesto flexible o un presupuesto estático.
- El **tercer capítulo**, resalta la importancia del uso de un presupuesto flexible en vez de un presupuesto rígido o estático cuando existen diferentes niveles de actividad y el impacto del no

aprovechamiento de los costes fijos a diferentes niveles de producción. Se expone la necesidad de establecer una comparación entre los resultados reales obtenidos con los resultados previstos, determinar pues las desviaciones, la interpretación de las mismas y asignar las responsabilidades a sus gestores.

- El **cuarto capítulo** establece la metodología para el cálculo del estándar técnico de la materia prima, es decir, el valor técnico que debe incorporar la producción de una unidad, y del estándar económico o monetario, es decir, el valor monetario de materia prima que debe incorporar la producción de una unidad. Una vez obtenido el estándar y tras compararse con el dato real del insumo se establecen el resultado de la desviación del mismo y su interpretación.
- El **quinto capítulo** se presenta la metodología para el cálculo del estándar técnico – generalmente expresado en número de horas - y del estándar económico del factor de producción de la mano de obra tanto sea directa a una sección o centro de coste, como indirecta, con clave de reparto, y se compara el estándar previsto con el dato real del insumo estableciéndose un resultado a través de la desviación y su interpretación.
- Y en el **sexto capítulo** de esta primera parte se estudia el cálculo estándar técnico y estándar económico del factor de producción de los costes generales de fabricación diferenciando su comportamiento entre los que son de carácter fijo con los que son de carácter variable y se compara el estándar previsto con el dato real del insumo estableciéndose un resultado a través de la desviación y su interpretación. También aborda aquellos que de forma indubitable forman parte de una sección o bien precisan de un criterio de reparto ya que no tienen una clara adscripción a una sección.

Una **segunda parte** troncal de la tesis presenta el concepto y el método matemático de la lógica difusa o borrosa, los subconjuntos, las funciones cuadráticas, la regresión lineal difusa y la importancia de los Expertones para la determinación del valor del número defuzzificado.

En ella se exponen los factores exógenos o endógenos que influyen en uso de las técnicas de estimación de costes bien sea bajo un entorno de certidumbre o bien sea aquellos que se encuentran en un entorno de borrosidad y por tanto no hay una certeza en la aplicación de un factor que pueda determinar de forma exacta el valor que precisamos, el coste estándar unitario

Esta parte del trabajo engloba tres capítulos.

- El **séptimo capítulo** presenta una referencia histórica y conceptual de la lógica difusa.

- El **octavo capítulo** desarrolla una amplia descripción de los conceptos y metodología que se van a utilizar para el debido uso de la lógica difusa.
- El **capítulo noveno** expone ampliamente el concepto de la figura del expertón así como la metodología del cálculo de las tablas de frecuencias a través de M+ Expertón llevando a cabo un contraexpertizaje que nos llevará al R+ expertón. Con el obtendremos un modelo de defuzzificación cuya cantidad hallada bien podrá ser el estándar técnico o económico buscado en función de las variables trazadas.

En la **tercera parte** de la tesis, a través de dos capítulos, se profundiza en el uso de la lógica difusa en el mundo empresarial y en la determinación del coste estándar en general así como el cálculo de los factores de producción de mano de obra, materia prima y costes generales de fabricación a través de la lógica difusa.

- El **capítulo décimo** investiga el uso de la lógica difusa en la gestión de la producción empresarial, las cadenas de suministro, la planificación de los inventarios, la calidad o en el I+D.
- El **capítulo onceavo**, aunque se ha encontrado muy poca investigación, expone los trabajos encontrados que combinen la lógica difusa en el cálculo de los factores de producción y sus análisis de desviaciones.

A modo de resumen y como génesis del proyecto investigador en la **cuarta parte y capítulo doce** de la tesis desarrolla la construcción del nuevo modelo teórico para el cálculo de los estándares técnico y económico de un presupuesto estándar bajo actividad flexible en momentos de incertidumbre.

1. En primer lugar se establece un modelo alternativo de defuzzificación basado en la siguiente metodología :

- Se plantea la obtención de una función que iguale, la función  $F_{(x_f)}$  min con la función  $F_{(x_f)}$  máx para encontrar un punto de corte. Una vez encontrado este punto de corte puede encontrarse el valor de  $F_{(x_f)}$  que representa la estimación unitaria del coste fijo y que se simbolizará según  $s_f$ , así como el punto de corte  $x_v$  donde se atraviesan las funciones  $F_{(x_v)}$  min con la función  $F_{(x_v)}$  máx para encontrar el valor de  $F_{(x_v)}$  que representa la estimación unitaria del coste variable y que se simbolizará según  $s_v$ .

Se considera que las funciones que estiman el coste mínimo y máximo son explicadas por el número de filtros que van acotando intervalos, dibujando un trazo no lineal.

- Para determinar los costes fijos se considera que las tres acotaciones sucesivas (intervalo máximo inicial, intervalo inicial medio, intervalo del R+ expertón) dibujan un trazo tanto en su extremo inferior como superior, cuyo punto de corte se estima como coste de máxima presunción, o coste estándar.

- En el intervalo de máxima amplitud ( $I_A$ ) se establecerán los valores mínimos y máximos de las estimaciones iniciales del coste fijo unitario estándar, a través de las determinación del valor mínimo y máximo inicial de las estimaciones de actividad prevista, es decir, el *estándar técnico* por el estándar *económico unitario*.
  - En el intervalo inicial promedio ( $I_M$ ) se establecerán los valores mínimos y máximos de la media aritmética de los  $n$  expertos prescindiendo de los valores 0 de las estimaciones iniciales del coste fijo unitario estándar, a través de las determinación del valor mínimo y máximo inicial de las estimaciones de actividad prevista, es decir, el *estándar técnico* por el estándar *económico unitario*.
  - Y por último el intervalo de la esperanza matemática del R-Ex ( $I_E$ ) se establecerán los valores mínimos y máximos promedio aritmético de los R+ expertos o contraexpertizaje prescindiendo de los valores 0 de las estimaciones iniciales del coste fijo unitario estándar, a través de las determinación del valor mínimo y máximo inicial de las estimaciones de actividad prevista, es decir, el *estándar técnico* por el estándar *económico unitario*.
  - Operando con la división de Minkowsky:
    - Intervalo de máxima amplitud coste fijo unitario  

$$[I_{AFU}] = [I_{AF}] (\cdot_m) [I_{AA}] = [(cf_a^s/u_a^s), (cf_b^s/u_b^s)] = [cfu_a^s, cfu_b^s]$$
    - Intervalo inicial promedio del coste fijo unitario  

$$[I_{MFU}] = [I_{MF}] (\cdot_m) [I_{MA}] = [(cf_c^s/u_c^s), (cf_d^s/u_d^s)] = [cfu_c^s, cfu_d^s]$$
    - Intervalo de la esperanza matemática del R-Ex coste fijo unitario  

$$[I_{EFU}] = [I_{EF}] (\cdot_m) [I_{EA}] = [(cf_e^s/u_e^s), (cf_f^s/u_f^s)] = [cfu_e^s, cfu_f^s]$$
  - Definidos los tres niveles o intervalos previsionales del coste fijo unitario estándar ( $[cfu_a^s, cfu_b^s]$ ,  $[cf_c^s, cf_d^s]$ ,  $[cfu_e^s, cfu_f^s]$ ), se procede al proceso de defuzzificación, definiendo las correspondientes funciones de estimación del coste fijo unitario mínimo y máximo, y buscando el punto de cruce entre ambas.
  - Se opera la ecuación primaria, secundarias y terciarias sobre sí obtendremos la función de máximos y mínimos con el punto de corte igual a los costes fijos.
  - Se plantea el mismo procedimiento para establecer el punto de corte de los costes variables.
2. Se establece como base de comparación la eficiencia del modelo expuesto en base al trabajo de Reig y González [2002]-
  3. Basado en el trabajo de Farouki, R.T., Pyo H., and Ravani, B. [2001] Minkowski Geometric Algebra of Complex Sets y siguiendo con el razonamiento señalado, la matriz de costes estándares unitarios ( $Me$ ) podría expresarse según el siguiente modelo:

$$Me = \begin{bmatrix} sv_{11} & sv_{12} & \dots & sv_{1n} \\ sv_{21} & sv_{22} & \dots & sv_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ sv_{k1} & sv_{k2} & \dots & sv_{kn} \\ sf_{(k+1)1} & sf_{(k+1)2} & \dots & sf_{(k+1)n} \\ sf_{(k+2)1} & sf_{(k+2)2} & \dots & sf_{(k+2)n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ sf_{11} & sf_{12} & \dots & sf_{1n} \end{bmatrix}$$

El criterio de clasificación y localización del modelo de costes estándares, definiendo por lo tanto la matriz de costes reales ( $Mr$ ) está expresada según el coste unitario, para calcular las correspondientes desviaciones deberá multiplicarse por la producción real del período ( $Pr$ ).

Así la matriz de desviaciones ( $Md$ ) se obtendrá según:

$$Md = (Me' \times Pr) - Mr$$

#### 4. Tipología de la investigación.

La descripción de la metodología de esta investigación ha basado su hipótesis a través de un modelo teórico con el uso de los ‘papers’ o artículo para su defensa con el objetivo de demostrar su suposición principal.

- **Por su amplitud.** Debido a los límites fijados en el tema de investigación, el cual se centra en el diseño conceptual de productos mediante una aproximación de estudio detenido, riguroso y profundo, la tesis se clasifica como Monográfica.
- **Por su alcance Temporal.** La tesis estudia un tema Actual.
- **Por su relación con la práctica.** Debido al marco referencial, el cual agrupa tanto ciencia básica como aplicaciones específicas de teorías y filosofías específicas, se trata de una tesis referente a la Ciencia Aplicada.
- **Por su naturaleza.** Es una tesis epistémica, ya que, en último término trata con representaciones de información, y clases de entidades que no están definidas de manera precisa. Secundariamente, se puede encuadrar en la faceta relacional, dado que se trata del paradigma de adaptación basado en reglas como un modelo de adaptación concreto.
- **Por su carácter.** Recurre al análisis causa – efecto debido a que se busca determinar, si no las causas, si algunos motivos que expliquen los fenómenos, o bien precisar los efectos resultantes de situaciones novedosas debidas a innovaciones introducidas o de cualquier factor actuante en un fenómeno o situación dada.
- **Por sus fuentes.** Se trata de una investigación mixta porque recurre al análisis de datos obtenidos de fuentes externas cómo fuente de sustento y apoyo a la tesis (estadísticas e informes sobre el caso de aplicación), así también será necesaria investigación primaria para complementar, contrastar y comprobar el logro de los objetivos propuestos.





**Parte I**  
**Los costes estándares**



## Capítulo 2

### Los presupuestos y los costes estándares

---

1. Introducción
2. La planificación de los presupuestos
  - 2.1 La planificación de las ventas
  - 2.2 La planificación de la producción
  - 2.3 La planificación financiera
3. Los modelos teóricos
  - 3.1 El modelo de simulación de Mattesich
  - 3.2 El modelo de Charnes, Cooper y Miller
  - 3.3 El modelo de Robichek, Teichroew y Jones
  - 3.4 El modelo de Chambers
  - 3.5 El modelo FIRM
  - 3.6 El modelo de Carleton
4. Presupuestos estáticos y presupuestos flexibles
  - 4.1. El uso de los presupuestos flexibles o estáticos
  - 4.2 Variaciones en el presupuesto flexible



## 1. Introducción

El avance de la economía mundial hacia la globalización total de la producción, la venta y la financiación de las empresas hace que éstas precisen de herramientas que le permitan establecer a priori cuáles serán las previsiones de las magnitudes para períodos preestablecidos.

El estudio de los costes llamados históricos establecen en el tiempo un cálculo que los directivos de las empresas no pueden esperar Christopher J. O'Donnell, et al. [2010] y para ello el cálculo de los costes estándares se avanza en el tiempo al cálculo previsional de éstos con la anticipación que el valor previamente proporciona.

Ello permite transferir la responsabilidad de la gestión a cada una de las unidades que componen el cuadro directivo de la empresa y definir con anterioridad las necesidades de los inputs necesarios para su proceso productivo, establecer las estimaciones de ventas y las necesidades financieras y de tesorería de la empresa.

El establecimiento de un presupuesto anual compuesto con todos los elementos obliga a la empresa a planificar la totalidad de los factores unitarios y económicos, así como sus fases y procesos de producción.

Una conciencia por parte de las empresas en las limitaciones de los bienes y servicios básicos que dispone para su proceso de producción, la fuerte demanda de bienes, debido un elevado incremento demográfico entre la población mundial y su proyección a corto y medio plazo hace que las empresas deban buscar permanentemente la mejora de sus procesos productivos con la reducción de tiempos y métodos el coste de sus pasos de fabricación.

Establecer pues un presupuesto anual no tiene las limitaciones que el tiempo nos genera con el cálculo de los costes históricos, nos ayudan a la planificación y el control aportándonos las desviaciones que se establecen entre la planificación de los costes establecidos a priori con los resultados de los costes obtenidos a posteriori.

Los responsables de establecer dicho control presupuestario en las empresas deben tener en cuenta que éste debe girar en torno a tres vértices:

- La visión: Se deben de establecer las directrices hacia donde se quiere dirigir la empresa teniendo en cuenta las limitaciones de los recursos técnicos, humanos y financieros que dispone. Recoge las metas y logros planteados por las organizaciones en períodos anteriores. Labor que debe ser

ratificada por todos los miembros de la dirección de la empresa y confirmado por su propiedad, tal y como se expondrá más adelante, con una carencia temporal de corto, medio y largo plazo.

- La misión: Saber cuál es la esencia (Core bussines) de la compañía. La razón de ser de la empresa es uno de los vértices vitales que se debe tener presente en todo momento para establecer los criterios empresariales que se traducirán después en un presupuesto que se basará en los recursos reales y disponibles en y para la empresa. El concepto de producto genérico que debe ofrecer a todos los miembros interesados de una organización, o stakeholders, que no se limitan a los dueños o accionistas, sino que se extienden a empleados, proveedores, clientes, sindicatos, gobierno, calificadoras de riesgo, auditores, etc. La consideración de todos los miembros interesados permite considerar un panorama más completo de la compañía y sus posibilidades.
- Los valores: Construir el tercer vértice con el conocimiento exacto de cuáles son los recursos y procesos de que dispone la empresa para desarrollar ese control presupuestario es vital y en su supuesto, proponer alternativas concretas a dicha capacidad de la actividad empresarial.
  - Orientar hacia una permanente actitud de respeto y preocupación ante los requerimientos de los clientes, internos, externos y consumidor final; así como una constante investigación de sus necesidades.
  - Constante preocupación y ejecución de acciones concretas para suministrar productos y servicios que cumplan con las expectativas de los clientes en cuanto a tiempo, coste, calidad y eficiencia Mei-Ying Huang, Tsu-Tan Fu [2013]. en los procesos que se aplican en todas las etapas de la cadena productiva, considerando la protección del medio ambiente.
  - Actuación empresarial y de sus funcionarios en apego a la legalidad, criterios técnicos y principios éticos, así como una adecuada información a las instituciones interesadas y a la ciudadanía.
  - Actitud de compromiso y responsabilidad con las labores encomendadas, visualizando las mismas como parte de un engranaje mayor y como elementos claves para el éxito total de la Empresa.
  - Disposición de esfuerzos en idoneidad con la realización de los objetivos estratégicos de la Empresa, compatibilizando los objetivos individuales y grupales con los de la organización.

El objetivo final de las medidas presupuestarias vienen determinadas por la necesidades de los directivos a la toma de decisiones en cada ámbito de responsabilidad que tienen asignado en la organización de la actividad empresarial.

## **2. La planificación de los presupuestos**

La planificación no se preocupa de las decisiones futuras, sino del impacto futuro de las decisiones actuales. Al planificar, trabajamos hacia atrás desde nuestros objetivos para decidir qué debemos hacer ahora a fin de alcanzarlos en unas fechas futuras.

La planificación no está encaminada a eliminar el riesgo empresarial en nuestra toma de decisiones sino el asegurar que se toman los riesgos oportunos en el momento oportuno.

La planificación está orientada a garantizar el uso eficaz de los recursos disponibles para el logro de los objetivos más importantes.

Al contrario del plan de negocio de los emprendedores, que no disponen de datos reales y todo se basa en proyecciones, las empresas que ya están funcionando disponen de información sobre el desarrollo de su actividad. Eso facilita la posibilidad de hacer una planificación de las políticas y las estrategias a seguir para alcanzar los objetivos que aseguren la perdurabilidad del negocio. Esa planificación debe de ir acompañada de los datos económicos que la avalen. En muchas empresas el presupuesto viene a constituir esa planificación anual y se convierte, además, en el instrumento de comunicación de los objetivos empresariales a todos los niveles de la organización. Por eso ha de abarcar las actividades comerciales, productivas, de inversión, I+D, costes generales, etc.

Los presupuestos vienen definidos por la temporalidad de los objetivos establecidos en cada uno de ellos, además del alcance que las empresas y sus responsables implantan, a través de los siguientes modelos:

- La planificación operativa: es aquella delineación de unos objetivos que tienen una temporalidad muy corta (trimestral, mensual o diaria) donde los responsables de sus objetivos se limitan a los responsables de los departamentos y tienen, además, un carácter muy operativo y totalmente cuantitativo. Su control debe limitarse al uso interno y operativo.
- La planificación presupuestaria: es aquella que su espacio máximo temporal queda establecido a un año y donde se establecen unos objetivos que deben ser a la vez específicos y cuantificables. Tanto los generadores como destinatarios de la misma deben ser los miembros de la alta dirección de las empresas así como los responsables de cada uno de los departamentos, transfiriendo la responsabilidad del alcance de los mismos a toda la estructura. Por último el alcance del control debe ser presupuestario.

- La planificación estratégica: La planificación estratégica tiene objetivos diferentes a los anteriores ya que su temporalidad es superior a un año y es realizada por la alta dirección de las organizaciones y su uso puede tener actores tanto internos o como externos, con unos objetivos marcadamente estratégicos de carácter global y cuantitativo.

Para una correcta planificación del presupuesto ésta debe provenir de la alta dirección y sus responsables de los centros de decisión de las organizaciones empresariales, especificando claramente el tiempo de realización y consecución de los objetivos marcados. Dichos restos deben tener metas alcanzables que permitan motivar a los responsables a la consecución de los mismos ofreciendo a su vez la posibilidad de ser revisados y modificados a medida que se van comparando los datos preestablecidos con los obtenidos a modo real, generando así unas desviaciones que permitan analizar cuáles han sido sus causas y responsables para tomar las decisiones necesarias para su corrección.

Las planificaciones estratégicas pueden fracasar por dos tipos de razones, por un lado la estrategia es inapropiada y por otro, la pobre implementación de esta.

La estrategia puede ser inadecuada debido a que la recogida de información ha sido la inapropiada, es decir, no se ha tendido en cuenta para su confección la verdadera naturaleza del problema, y, por lo tanto, ha sido incapaz de obtener el objetivo deseado o bien no encajarlo correctamente con los recursos de la organización.

La pobre implementación de una estrategia puede tener como principales causas la sobreestimación de los recursos y habilidades, el fracaso de coordinación, el intento poco efectivo de obtener el soporte de otros o bien a la subestimación de los recursos de tiempo, personal o financieros necesarios.

Si en el pasado solía ser la dirección de la empresa u organización la que dictaba la visión y la misión de la misma, actualmente se tiende a que sea un producto colectivo y consensuado en el que participen todos los implicados en su realización. De acuerdo a este método interactivo la visión ya no puede, ni debe ser dictada por la alta dirección, sino que es una visión compartida por todos los miembros del equipo, la misión no puede ser una mera declaración, sino que debe llevarse a la práctica en acciones concretas a lo largo de un período, por último la planificación estratégica se debe revisar periódicamente, ya que las empresas cambian de forma constante.

Un aparte precisa la planificación kaizen, o mejora continua en japonés, es aquella que incorpora de forma específica la mejora continua de la actividad empresarial para la adopción proactiva de decisiones



creativas e innovadoras, tendientes a incrementar de manera consistente la competitividad de la empresa mediante la mejora continua de los productos, servicios y procesos (tanto productivos, como de apoyo y planificación). La mejora continua no sólo debe ser de los procesos productivos, sino también de los productos y servicios, y de los procesos de apoyo y de la planificación en sí. Nada debe escapar al proceso de mejora continua. Se debe mejorar el enfoque y posicionamiento de la empresa, se debe mejorar la percepción que de sus productos y servicios tienen los usuarios, se debe mejorar la manera de comunicarse con los consumidores, se debe mejorar de forma metódica y sistemáticamente en todas y cada una de las actividades y procesos realizados por la corporación.

El proceso continuo, a través del cual, se comparan permanentemente los niveles de desempeño en la creación de productos o servicios y en la ejecución de la actividad empresarial respecto a los mejores niveles de desempeño alcanzados en compañías competidoras o con procesos de productos o servicios similares a los nuestros, es lo que llamamos benchmarking, en definitiva, se basa en contemplar y comprender no sólo el mundo interno de la compañía, sino más importante aún, evaluar constantemente el externo.

Tiene que ser un proceso continuo de administración que requiere una actualización constante. El benchmarking, requiere buscar los ingredientes para aplicarlos y obtener un resultado, es un proceso de descubrimiento y una experiencia de aprendizaje, debe observar cuáles son las prácticas y proyectarlas al desempeño del futuro. Obliga a utilizar un punto de referencia que asegure la corrección en la fijación de los objetivos.

Generalmente se ha venido distinguiendo cuatro tipos de benchmarking:

- El benchmarking interno: Es el hecho de comparar la duplicidad de las operaciones internas, ya que en todas las empresas con múltiples divisiones o internacionales hay funciones similares o duplicadas en diferentes unidades de operación. Los datos y la información pueden ser tan amplios y completos como se desee. Este primer paso en las investigaciones de benchmarking, es una base excelente no sólo para descubrir diferencias de interés sino también centrar la atención en los temas críticos a los que se enfrenta o que sean de interés para comprender las prácticas provenientes de investigaciones externas. También pueden ayudar a definir el alcance de un estudio externo.
- El benchmarking competitivo: Nuestros competidores directos de productos o servicios son contra quienes resulta más obvio llevar a cabo el benchmarking. Una investigación de benchmarking debe poner de manifiesto cuáles son nuestras ventajas y desventajas comparativas entre ellos y nosotros. Uno de los aspectos más importantes dentro de este tipo de investigación es la facilidad o no por obtener la información sobre las actividades empresariales de nuestros competidores.

- El benchmarking funcional: Identifica los competidores funcionales o líderes de la industria para utilizarlos en el benchmarking incluso si se encuentran en industrias disímiles. Es altamente productivo, ya que fomenta un interés por la investigación y los datos compartidos, debido a que no existe el problema de la confidencialidad de la información entre las empresas disímiles sino que también existe un interés natural para comprender las prácticas en otro lugar.
- El benchmarking genérico: La bondad de este tipo de benchmarking permite descubrir prácticas y métodos que no se implementan en la industria propia del investigador, donde nos revela la mejor de las mejores prácticas. El benchmarking genérico requiere de una amplia conceptualización, pero con una comprensión cuidadosa del proceso genérico. Es el concepto de benchmarking más difícil para obtener aceptación y uso, pero probablemente es el que tiene mayor rendimiento a largo plazo.

Los diez pasos del proceso formal del benchmarking (Quality Resources, a division of The Kraus Organization Limited, White Plains, NY, a través de ASQC Quarterly Press.

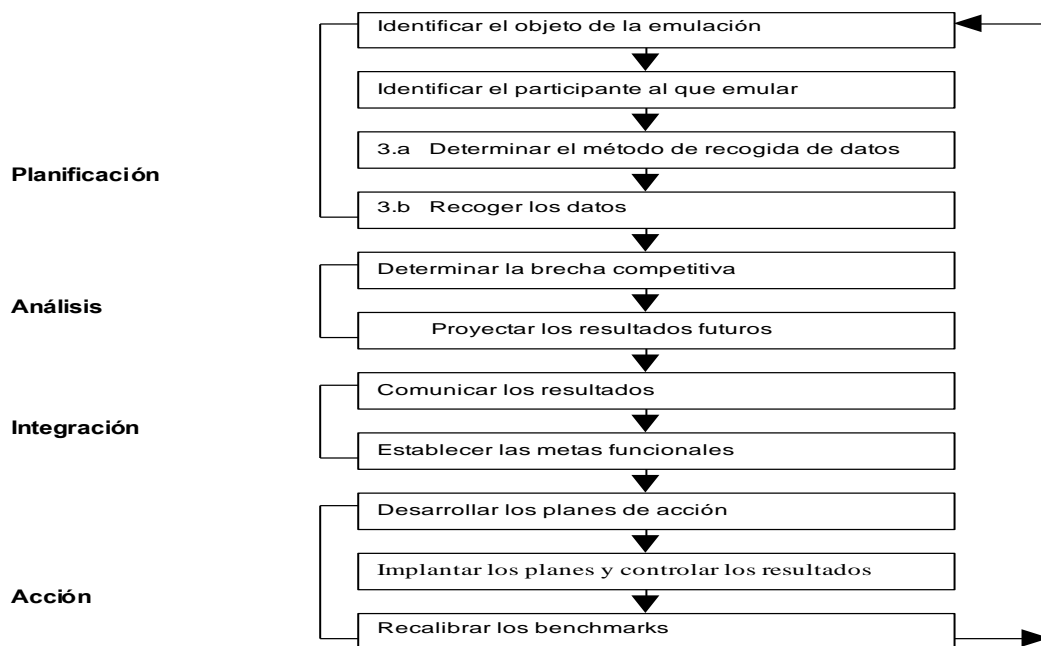


Tabla 1: Los diez pasos del proceso formal del benchmarking

El gran acierto de esta técnica es que nos permite tomar decisiones a base de hechos y no de intuición. La clave está en localizar quiénes son los mejores haciendo algo y aprender de sus aciertos. Nos permite no tener que reinventar soluciones que ya existen y que aplican otras empresas, y acelerar los procesos de mejora

## 2.1 Planificación de las ventas

Es el elemento básico para el cálculo de los componentes de los otros entornos de la planificación presupuestaria o estratégica, ya que genera la información básica del resto de toda la planificación de la actividad empresarial.

Se debe determinar con un grado razonable de probabilidad y con el exhaustivo conocimiento de los medios disponibles en la empresa, a través de técnicas económicas y matemáticas. Aun así, el expertizaje tiene un valor de alto grado de fiabilidad proporcionado a través de los datos retrospectivos que nos genera el historial de las ventas, mercados, fuerza de venta de la empresa, así como los datos de posicionamiento de la unidad de negocio respecto a nuestra competencia.

Los principales propósitos de la planificación de las ventas son:

- Reducir la incertidumbre acerca de los futuros ingresos.
- Incorporar la toma de decisiones necesarias para conseguir el objetivo fijado.
- Suministrar la información necesaria para desarrollar el resto de la planificación de la actividad de la empresa.
- Y facilitar el control administrativo de la actividad de las ventas.

Como aporta el profesor José Álvarez López [1989] en el libro 'Contabilidad analítica' una forma resumida de hallar el plan de ventas (Pv) podría ser:

$$P_v = [(V_r \pm a) * t \pm c] * T * R$$

Siendo:

$V_r$  = ventas reales del período que acaba.

$a$  = Factores de ajuste: acontecimientos extraordinarios que puede que no se repitan en el período planificado, pudiendo ser estos de perfil desfavorable (+) o bien favorable (-), en cualquier caso, se trata de saber cuáles hubieran sido las ventas sin estos factores.

$t$  =  $1 + x$ , siendo  $x$  el tanto por uno de crecimiento esperado en las ventas del período planificado, según las tendencias halladas.

$c$  = Factores de cambio: se trata de cuantificar el aumento o bien disminución de ventas por alteraciones en el mercado del consumidor, o bien por modificaciones que introduce el empresario en el diseño del producto, envase, calidad, etc.

$T$  =  $1 + y$ , siendo  $y$  el tanto por ciento de variación en las ventas como consecuencia de la evolución esperada en los indicadores macroeconómicos tomados como referencia.

$R$  =  $1 + z$ , siendo  $z$  el tanto por uno de variación de las ventas a causa de la acción emprendida por el empresario para mejorar el plan de ventas: publicidad, descuentos, etc.

O bien como nos aporta Rocafor, A [1985] en el Tratamiento de Contabilidad, en su tomo 4, fórmula una determinación de las ventas que nos aporta la mejora de productividad precisa, teniendo en cuenta los costes variables y fijos, donde:

$$V = V_o (1 + \alpha) * (1 + \beta)$$

Para ello,

$$V_o (1 + \alpha) * (1 + \beta) = GF + GF_o + (1 + \beta) + \left(\frac{MP_o (1 + \delta)}{V_o (1 + \alpha)}\right) * V_o (1 + \alpha) * (1 + \beta) + (y + z) * V_o (1 + \alpha) * (1 + \beta)$$

Donde,

$$V_o (1 + \alpha) * (1 + \beta) - \left(\frac{MP_o (1 + \delta)}{V_o (1 + \alpha)}\right) * V_o (1 + \alpha) * (1 + \beta) - (y + z) * V_o (1 + \alpha) * (1 + \beta) = GF + GF_o + (1 + \beta)$$

Donde,

$$(1 + \alpha) * (1 + \beta) [V_o - \left(\frac{MP_o (1 + \delta)}{V_o (1 + \alpha)}\right) V_o - (1 + \alpha) V_o] = GF + GF_o + (1 + \beta)$$

Donde,

$$(1 + \beta) [(1 + \alpha) [V_o - \left(\frac{MP_o (1 + \delta)}{V_o (1 + \alpha)}\right) V_o - (1 + \alpha) V_o] - GF_o] = GF$$

Donde,

$$(1 + \beta) = \left[ \frac{GF}{(1 + \alpha) [V_o - \left(\frac{MP_o (1 + \delta)}{V_o (1 + \alpha)}\right) V_o - (1 + \alpha) V_o]} - GF_o \right]$$

Donde,

$$(\beta) = \left[ \frac{GF}{[V_o (1 + \alpha) \left[ 1 - \left(\frac{MP_o (1 + \delta)}{V_o (1 + \alpha)}\right) - (1 + \alpha) \right]} \right] - 1$$

Siendo,

$V_o$  = volumen de ventas en el ejercicio n - 1.

$MP_o$  = Consumo de materias primas en el ejercicio n - 1.

$\alpha$  = % admisible de incremento de precios de venta.

$\beta$  = % incremento de productividad.

$GF$  = costes fijos.

$GF_o$  = costes fijos que varían al incrementar la productividad.

$\delta$  = % de incremento de subidas de precios de la materia prima.

y = % de costes variables sobre las ventas.

z = % de beneficios sobre ventas.

## 2.2 Planificación de la producción

Son varios los tratadistas, como Schroeder [1992], Tawfik & Chauvel [1992], Nahmias [1997], Buffa & Sarin [1995], Meredith & Gibbs [1986] entre otros, que han expuesto el enfoque de la planificación de producción, su programación y el control de ésta, en términos generales, coincidiendo en indicar que se inicia con las previsiones, de las cuales se desprenden los planes a largo, medio y corto plazo.

Otros autores como Starr, [1979], Companys Pascual, [1989], Ploss, [1987], Chase & Aquilano [1995], Adam & Ebert [1991], exponen en sus obras modelos de gestión de la producción que establecen un concepto integrador en el sentido vertical.

Tal vez son Vollmann et al [1992] y Domínguez Machuca et al [1995], quienes de acuerdo con la literatura consultada presentan un mejor enfoque, pues consideran la integración en un sentido vertical y horizontal, a la vez, en referencia a la planificación de la producción. A saber, establecen que el sentido vertical del objetivo estratégico, táctico y operativo de la planificación es una necesidad de enfoque horizontal al integrar otras áreas funcionales de la empresa.

Coinciden los tratadistas como por Riggs [1998], Domínguez Machuca et al [1995], Buffa & Sarin [1992] y Adam & Ebert [1991] en exponer que el pronóstico (basado en procedimientos científicos) y la predicción (basada en aspectos subjetivos) son el primer paso dentro del proceso de planificación de la producción, para el diseño de los planes a medio y corto plazo, y así visualizar de manera aproximada los acontecimientos futuros y eliminar en gran medida la incertidumbre generada por la toma de decisiones.

<b>METODOS</b>		<b>Horizonte de predicción</b>
<b>CUALITATIVOS</b>	<b>Nombre</b>	
—————→	Delphi	Medio y largo plazo
—————→	Juicio informado	Corto plazo
—————→	Analogía de ciclos de vida	Medio y largo plazo
—————→	Investigación de mercados	Corto y medio plazo

Tabla 2: Clasificación de los métodos de pronóstico Basada en Schroeder [1992].

Así pues, el enfoque jerárquico de la planificación, programación y control de la producción, presenta la perspectiva más completa en el desarrollo de las tareas que abarcan esta función, dado que permite una completa integración en el sentido vertical iniciando desde las decisiones a largo plazo en los niveles tácticos hasta llegar a los aspectos más detallados de la programación en el muy corto plazo; así mismo permite una integración en el sentido horizontal de tal manera que la función de producción interactúa de una forma dinámica con las demás funciones de la empresa. Tan válida es la exposición de la planificación de los inputs (aprovisionamiento, mano de obra como costes indirectos) que ésta entra de lleno en la planificación de la producción la programación operativa, presupuestaria y estratégica ya que todas ellas se acercarán a mejores niveles de competitividad y productividad.

### **2.3 Planificación financiera**

La planificación financiera es una exigencia imprescindible para el resultado de los objetivos establecidos. Su desarrollo es una potente herramienta de diagnóstico de análisis, de reflexión y de toma de decisiones colectivas, en torno al quehacer actual y al camino que deben recorrer en el futuro las organizaciones e instituciones, para adecuarse a los cambios y a las demandas que les impone el entorno y lograr la máxima eficiencia y calidad de sus prestaciones.

Son los objetivos estratégicos de organización, la planificación de los factores a corto plazo, los que nos provee de la información básica para la Planificación Financiera, pero sin perder de vista los objetivos finales de largo plazo.

Como planificación financiera se define, desde varias vertientes de tratadistas, como:

- Por parte Weston, T. [2006] plantea que la planificación financiera “implica la elaboración de proyecciones de ventas, ingresos y activos tomando como base estrategias alternativas de producción y mercadotecnia, así como la determinación de los recursos que se necesitan para lograr estas proyecciones”.
- Mientras que Brealey, R. y Myer, S. [1994] la definen “como un proceso de análisis de las influencias mutuas entre las alternativas de inversión y de financiación; proyección de las consecuencias futuras de las decisiones presentes, decisión de las alternativas a adoptar y por ultimo comparación del comportamiento posterior con los objetivos establecidos en el plan financiero”.

Así pues, la planificación financiera reúne un conjunto de métodos, instrumentos y objetivos con el fin de establecer en una empresa los pronósticos y metas económicas y financieras a corto y medio plazo.

Para ello la planificación financiera precisa de tres fases diferenciadas para decidir las acciones que son necesarias tomar para alcanzar los objetivos marcados:

- planear lo que se quiere hacer,
- trasladar lo planeado a un proyecto de implicación con todos los stakeholders
- y verificar la eficiencia de cómo se hizo.

Para llevar a cabo una correcta planificación financiera se deben desarrollar en primer lugar las planificaciones de las ventas, así como los inputs o demanda de recursos (aprovisionamiento de materias primas, costes de la mano de obra, costes generales de transformación y amortización, así como los indirectos de administración y distribución) que serán necesarios para cumplir con dicho objetivo, auxiliándose de herramientas y técnicas financieras y matemáticas.

El dato acumulativo del trabajo planificado de los inputs del proceso productivo y expuesto en un documento nos generará una planificación del efectivo y su nivel de caja, el uso de los niveles de ingresos, activos, pasivos y recursos permanentes obtenidos tras los objetivos implantados. Por primera vez establecemos en este documento que los usos de tal proyección no tienen por destino los usuarios internos de la organización sino que son también los usuarios externos y vinculados a la organización quienes harán uso de ella.

Para desarrollar un plan financiero se deben considerar algunos elementos de política financiera como son:

- Análisis de punto de equilibrio

También llamado umbral de rentabilidad o punto muerto de explotación; corresponde al volumen de ventas necesarios que cubre los costes fijos y los variables, es decir, la cifra de ventas en las que el beneficio es nulo, Rocafort, A. [2008]. Si una empresa ha de evitar pérdidas contables, sus ventas deben cubrir todos los costes: los que varían directamente con la producción y los que no cambian a medida que se modifican los niveles de producción. ( $\text{Ingreso Total} = \text{Costes fijos} + \text{Costes variables}$ ).

La no alteración del total de costes fijos o la proporcionalidad de los costes variables en relación al volumen de ventas implicará el desplazamiento del punto muerto de explotación a un nivel superior o inferior. Los programas de modernización y automatización, donde la empresa debe sustituir costes fijos por costes variables, en el análisis del punto de equilibrio ayudan a estudiar las consecuencias que se derivarían de estos cambios.

El cálculo del punto muerto de explotación como nos expresa Rocafor, A. [2008] también puede realizarse a través del análisis de los márgenes de cobertura, es decir, donde el margen cubre los costes estructurales y la empresa no entra ni en beneficios ni en pérdidas, expresados en tantos por uno.

$$\text{Umbral de rentabilidad} = \frac{\text{Cargas de estructura}}{\text{Margen cobertura (tantos por uno)}}$$

O lo que es lo mismo:

$$V_{PME} = \frac{C_F}{1 - \left(\frac{C_v}{V}\right)}$$

Donde;

$V_{PME}$  = Volumen de ventas en punto muerto.

CF= Costes fijos.

CV= Costes variables.

V = Volumen ventas ejercicio.

La representación gráfico del punto muerto de explotación podría ser:

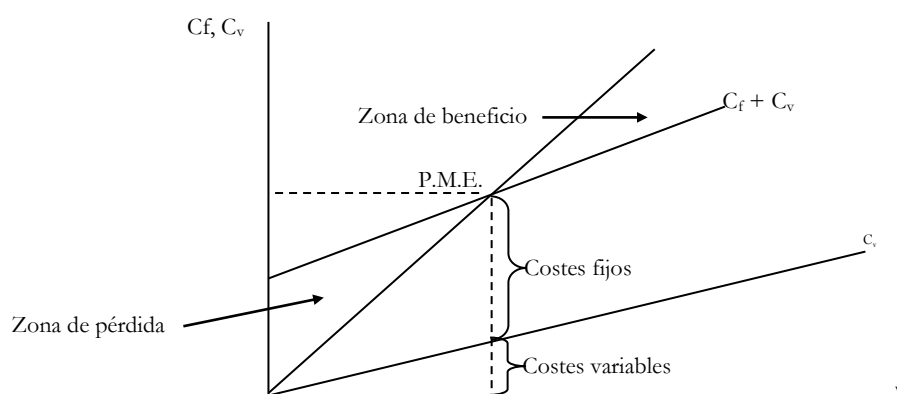


Gráfico 1: representación gráfico del umbral de rentabilidad.

El encuentro del Punto de Equilibrio nos aporta nuevos conceptos de uso para determinar la presión ejercida por la necesidad de rentabilidad de las inversiones realizadas y su retribución a los recursos permanentes de la compañía, así como la conversión, cada vez más habitual, de costes fijos en costes variables, para ello el apalancamiento operativo nos determina el uso de los costes fijos que han sido necesarios para la obtención de cada unidad de venta adicional. Es pues esta relación la que nos proporciona el grado de la variación porcentual que se espera en la utilidad de las operaciones y en la variación porcentual de la producción o de las ventas.



Apalancamiento operativo = % Variación de utilidad / % Variación en producción/ventas

$$\text{Apalancamiento operativo} = \frac{Q(p-v)}{Q(p-v)-F}$$

Siendo:

Q= cantidad producida o vendida

p = precio de venta unitario

v = coste variable unitario y,

F = costes fijos

- La inversión que requiere la empresa en nuevos activos

Las adiciones de activos fijos que tienen como objetivos la reducción del tiempo en el proceso productivo, la incorporación de nuevos procesos de producción o la adición de nuevos productos precisan de un cálculo de coste de financiación devengados por la inversión neta.

Como establecen los autores Mallo, Kaplan, Meljem, Gimenez [2000]:

$$Cci = \frac{(INi + INf)m}{2} * \frac{Ko}{m} = (INi + INf) * \frac{Ko}{2}$$

Siendo;

INi = Inmovilizado neto inicial

INf= Inmovilizado neto final

m = subperíodo en que se devenga la amortización del período n.

Ko/m = el interés de capital correspondiente al subperíodo m

Cci = coste del capital del inmovilizado del período.

- La cantidad de capital de trabajo y liquidez que se requieren de forma constante.

Una planificación financiera precisa de un conjunto de indicadores que faciliten la apropiada toma de decisiones. Sin embargo se requiere también la comprensión del Ciclo de la liquidez.

El análisis del Ciclo de la Liquidez es la respuesta a la visualización del circuito de los flujos de liquidez utilizados y obtenidos en cada una de las fases del proceso de producción con el objetivo de determinar los tiempos requeridos en cada etapa de dicho camino, lo cual nos permite conocer el tiempo que dura el ciclo completo, desde que se invierte el dinero hasta que se reingresa luego de pasar por todos los procesos de la organización.

Las fases fundamentales, las cuales pueden variar en su denominación y número, según la naturaleza de la organización donde los flujos de caja influyen de forma determinante en el Ciclo de Liquidez, son:

- La Capitalización; es la que requiere de un importante flujo de efectivo para atender a las inversiones a medio y largo plazo para establecer los recursos y medios necesarios el inicio de la actividad empresarial. Su fuente de obtención serán los inversionistas, las organizaciones financieras o de inversiones a largo y medio plazo temporales. Este valor se obtiene del presupuesto del efectivo y bajo el análisis del punto de equilibrio y del apalancamiento en la relación margen de beneficios - rotación de activos.
- El Aprovechamiento; es la que determina el volumen de insumos necesarios evaluados frente a los días de cuentas por pagar, rotación de inventarios de materia prima, tiempo de reposición, presupuesto de producción y punto de equilibrio.
- La Producción; nos define el nivel de inventario de productos en proceso, semiterminados y terminados, los costes que se reflejan en el presupuesto del punto de equilibrio y la duración de los procesos productivos.
- La Comercialización; su factor clave es la rotación de los inventarios sobre la base del tiempo necesario para facturar la producción.
- Los Cobros; centran su significado en el ciclo del efectivo, en el volumen de las cuentas por cobrar y en los días de crédito. Una sana política de Crédito y Cobro recorta los tiempos y suministra mayor liquidez
- La Remuneración; en esta fase podemos apreciar el servicio de los préstamos (capital e intereses) y la distribución de utilidades a los accionistas. Las políticas de la organización y los niveles de endeudamiento a corto y largo plazo nos determinan la duración de esta fase.

Cada una de estas fases es parte de un sistema único; como tal, ninguna es independiente de otra.

Uno de los objetivos básicos y fundamentales del ciclo de estudio o análisis del efectivo es disminuir el tiempo total de éste; vale decir, que reducir el tiempo total en que el dinero está invertido regresa antes a las arcas de la organización. Hay algunas acciones que facilitan este objetivo: niveles de inventarios

adecuados, reducción de los períodos de los procesos productivos, aceleración de las ventas, reducción del período de cobros o el alargamiento del período de pagos a los proveedores.

A la luz del análisis del ciclo del efectivo es posible combinar o enfatizar en alguna de las acciones antes mencionadas, constituyendo una estrategia que reduzca el período del ciclo y, en consecuencia, disminuya la necesidad de fondos operativos.

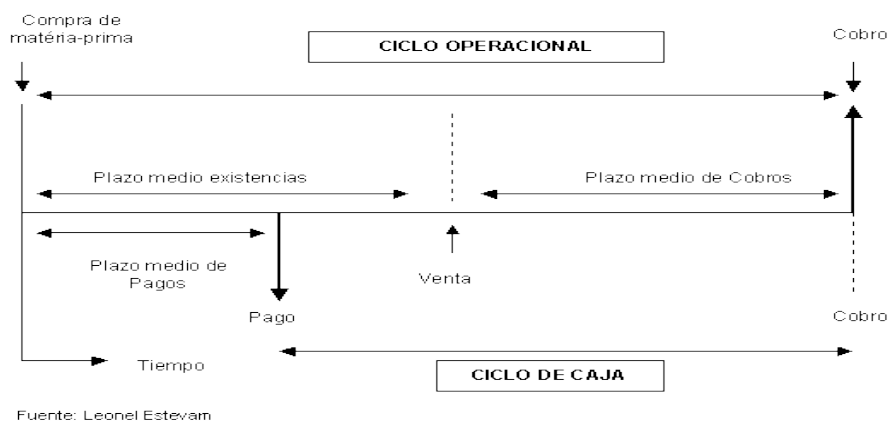


Gráfico2: Ciclo operativo del efectivo

### 3. Modelos Teóricos

A continuación vamos a comentar brevemente varios modelos de cálculo de planificación financiera con aplicativos de desarrollo matemático utilizando la programación lineal o no.

#### 3.1 El modelo de simulación de Mattesich

El primero de ellos es el trabajo que Mattesich, R [1957] y [1958] nos propone para explorar e identificar las relaciones contables y el comportamiento que se dan entre las diferentes extensiones ligadas al comportamiento económico-financiero de la empresa, aportándonos un modelo matemático de varios cientos de ecuaciones simultáneas para solucionar la problemática presupuestaria. El modelo se refiere a una empresa que está organizada en distintos departamentos de producción y de servicios y que elabora también productos diferentes, y nos aporta matemáticamente modelos para los:

- Presupuesto de ventas.
- Presupuesto de producción.
- Presupuesto de materias primas.
- Presupuesto de mano de obra directa.
- Presupuesto de costes (departamentos de producción y de servicio).
- Presupuesto de costes de explotación.
- Presupuesto de incremento de capital y plan de amortizaciones.
- Presupuesto de cuentas a cobrar.
- Presupuesto de caja.

Una vez que el modelo ha sido matematizado, se traduce a un lenguaje informático, y simula el efecto sobre las variables endógenas de cambios en las variables exógenas o en los parámetros. De esta forma, mediante esta experimentación simulada, se podrán determinar aquellas políticas o líneas de acción a seguir que mejor se ajustan a los objetivos perseguidos, y también podrán ser confeccionados los estados contables previsionales de síntesis.

Por último, el autor apunta a la posibilidad de convertir su modelo de simulación en uno de optimización, apoyándose en una investigación de Stedry, AC [1960].

### **3.2 El modelo de Charnes, Cooper y Miller (CCM)**

La aportación del modelo de Charnes, A., Cooper, WW. Y Miller, MH [1959] es uno de los primeros modelos en esquematizar el cálculo matricial de la programación financiera con la aplicación de la programación lineal, tal y como nos indican: “la utilidad de la programación lineal para resolver muchos problemas de la empresa... ha sido ya ampliamente demostrada... Por diversas razones, sus aplicaciones se han centrado sobre todo en el área de producción, pero no hay razón alguna para que dicha técnica no pueda ser usada a la vez en la planificación de la producción y de la financiación”, partiendo de la problemática de la gestión de los almacenes añadiendo restricciones financieras en su cálculo

La necesidad de determinar las cantidades necesarias para comprar y vender en cada uno de los períodos de tiempo en que se subdivide el horizonte económico o período de planificación, de tal forma, que se verifiquen determinadas restricciones al beneficio correspondientes donde el período de planificación sea el máximo.

### **3.3 El modelo de Robichek, Teichroew y Jones (RTJ)**

El modelo presentado Robichek, AA, Teichroew D. y Jones, JM [1965] estudia las necesidades de caja de los distintos períodos de tiempo del horizonte de planificación a corto plazo, el coste de las diferentes fuentes de crédito de que se puede hacer uso y las restricciones relativas tanto a las fuentes de crédito como a las necesidades de caja.

El problema consiste en determinar las cantidades de crédito que de cada una de las posibles fuentes de financiación debe utilizar y devolver en cada uno de los sucesivos períodos de tiempo, con la condición de que se cumplan todas las restricciones y el coste total de la financiación sea mínimo. El problema se reduce, en último término, a uno de programación lineal.

Los supuestos simplificadores de que se parte son los siguientes:

- a) El saldo mínimo de caja es conocido para todos los períodos.
- b) Se trabaja con períodos de tiempo discretos.
- c) Los flujos de caja para todos los períodos.
- d) Los costes de los distintos recursos financieros también son conocidos.
- e) Todas las transacciones, excepto el cobro a clientes (cuentas a cobrar), tienen lugar al comienzo de cada período o, equivalentemente, al final del período anterior.
- f) El interés sobre las cantidades tomadas en préstamos en un período pasa a formar parte de los requerimientos de caja en el período siguiente.
- g) Los costes de los intereses correspondientes a los sucesivos períodos de tiempo no se actualizan.
- h) Se supone que los costes de las distintas alternativas financieras son proporcionales a las cantidades adeudadas y que no existen costes fijos.

### 3.4 El modelo de Chambers

Chambers, DI [1967] nos presenta un modelo de planificación financiera a largo plazo que utiliza también la programación lineal como método de optimización y nos aporta un elevado grado de agregación, donde el problema económico que se pretende resolver consiste en determinar las inversiones así como sus niveles de financiación, que conviene llevar a cabo a lo largo del horizonte económico o período de planificación, de tal forma que cumpliéndose las restricciones presupuestarias y verificándose determinados ratios o relaciones, la función objetivo alcance su valor máximo.

Para ello nos propone el estudio de tres ratios de carácter económico – financiero con sus restricciones presupuestarias:

- Relación entre el activo y pasivo corriente, donde el valor ha de ser superior a  $K$ , siendo  $K$  la media del fondo de maniobra que la empresa desea mantener y donde  $k$  debe ser obligatoriamente mayor que 1.
- Relación entre el beneficio total del período (antes de deducir los intereses de las deudas a largo plazo y, en este caso, además, los impuestos y la depreciación) y el activo total bruto, donde el valor ha de ser superior a 1 y nos proporcionará la rentabilidad económica. Mientras que por otro lado es preciso hallar la rentabilidad financiera a través del valor el beneficio neto (una vez deducidos los intereses de las deudas a largo plazo, más los impuestos y la depreciación) y los recursos propios (capital más reservas).
- Y por último hallar la rentabilidad financiera por excelencia el beneficio esperado que debe ser superior
- $r$  a  $B$ .

### **3.5 El modelo FIRM**

Dean, R. J., Bennett J. W. y Leather, J. [1975] nos proponen un modelo basado en los cálculos llevados a cabo en un compañía petrolífera, donde incluye a diversas empresas con relaciones mutuas y que actúan de forma coordinada, donde han elaborado modelos para cada una de las empresas, y un modelo general para todo el grupo (Modelo FIRM). Estos modelos no actúan de forma independiente del Modelo FIRM, sino que han sido formulados de tal forma que no exista contradicción o inconsistencia entre la función objetivo y las restricciones de los modelos parciales con las del modelo global.

De forma sincrónica el modelo FIRM establece los planes de producción, refinados y distribución para cada uno de los años del período de planificación, así como el plan de inversiones asociado, puesto que se trata de un modelo de optimización y no de simulación. La función objetivo del mismo consiste en maximizar el valor actualizado de los flujos de caja percibidos por los accionistas, y se utiliza como tasa de descuento en el coste del capital.

La problemática que pretende resolver es establecer las cantidades de cada producto que deben producirse a lo largo del período de planificación, las inversiones que deben efectuarse, la política de dividendos y de aplicaciones de capital a seguir, así como, la asignación temporal del presupuesto de caja, de tal forma que verificando determinadas restricciones de capacidad y financieras, el valor actual de la riqueza de los accionistas sea máximo.

### **3.6 El modelo de Carleton**

El modelo de Carleton, WT [1970], considera que el problema de la programación de inversiones no es más que una parte de la problemática financiera general de la empresa, y que, por tanto, no puede ser resuelto de forma aislada. Propone por ello un “macro-modelo”, mediante el cual se intenta reproducir la actividad financiera de la empresa, y de cuya optimización se obtienen ciertos datos básicos para optimizar el “micro-modelo”, que simula o representa al “subsistema de inversión, con dos destacables aspectos:

- a) Incorpora los más recientes avances habidos hasta entonces en el campo de la teoría de las finanzas, y
- b) presta especial atención a la dimensión financiera de la empresa (pasivo del balance), como parece lógico en un modelo de planificación financiera, aunque no en todos los modelos de este tipo se da esta circunstancia.

#### 4. Presupuestos estáticos y presupuestos flexibles

Un presupuesto estático se utiliza generalmente como una herramienta de proyección para la estimación de los costes del negocio en un período determinado de tiempo.

El presupuesto estático, también llamado rígido, fijo, asignado o maestro, se basa en una planificación de las ventas preestablecida al principio del presupuesto. Por lo general se elaboran para un solo nivel de actividad. Se desarrolla a un solo nivel de producción (estático) planeado y una vez alcanzado éste, no se permiten los ajustes requeridos por las variaciones que sucedan. De este modo, se efectúa un control anticipado sin considerar el comportamiento económico, cultural, político, demográfico o jurídico de la región donde actúa la empresa. Esta forma de control anticipado dio origen al presupuesto que tradicionalmente utilizaba el sector público. En aras de la simplicidad, puede ayudar a pensar en un presupuesto estático, como un presupuesto de proyección.

La cantidad presupuestada es un benchmarking; esto es, un punto de referencia a partir del cual se pueden hacer comparaciones.

La variación de los presupuestos estáticos se establece hallando la diferencia entre el resultado real y el importe previsto en el presupuesto estático. Dicha variación puede tener dos signos:

- a) Una variación de signo favorable: es aquella que tiene el efecto de aumentar la utilidad operativa en relación con el monto presupuestado.
  - i. Para los ingresos significará que las ventas reales han sido superiores a las ventas previstas.
  - ii. Mientras que para los costes significará que los costes reales han sido inferiores a los costes previstos.
  
- b) Una variación de signo desfavorable o adverso: tiene el efecto de disminuir la utilidad operativa en relación con el monto presupuestado.
  - i. Para los ingresos significará que las ventas reales han sido inferiores a las ventas previstas.
  - ii. Mientras que para los costes significará que los costes reales han sido superiores a los costes previstos.

Por último, es necesario indicar que el presupuesto rígido tiene limitaciones ya que las desviaciones parciales calculadas solamente tendrán un verdadero significado si no existe una desviación significativa entre la producción real y la prevista.

Los usuarios de la información precisan comprender en toda su magnitud las desviaciones del presupuesto estático, donde sí se desarrolla un presupuesto flexible éste último nos aportará más magnitudes al estudio.

Los presupuestos flexibles son, en un ciclo económico, una herramienta de análisis y no puede ser recopilado antes de que finalice el ciclo de negocio. Comparar el presupuesto flexible en el extremo del ciclo económico permite a los usuarios del presupuesto ajustar las previsiones estáticas del ciclo económico del próximo presupuesto para que coincida con las circunstancias cambiantes de los costes de operación. Entonces, un presupuesto flexible puede ser descrito como un fin de período contable de los costes reales que les permitan formar una comparación con el presupuesto estático original.

Así pues, los presupuestos flexibles o variables se elaboran para diferentes niveles de actividad y pueden adaptarse a las circunstancias que surjan en cualquier momento y se manifiestan con unos ingresos y costes ajustados al tamaño de la actividad de las operaciones.

#### **4.1. El uso de los presupuestos flexibles o estáticos**

Cuando una empresa cumple estrictamente los objetivos marcados en el presupuesto fijo original no precisa de implantar un presupuesto flexible ya que este último sería igual al primero, pero cuando se precisa de mayor detalle para averiguar las causas de las desviaciones se precisan de muchas más magnitudes para su control y establecer en el siguiente ciclo económico su corrección, ya que las empresas tienen un gran interés en proporcionar información precisa a los stakeholders por lo que, con precisión, se puede gestionar sus carteras y ajustar sus expectativas de dividendos en consecuencia.

El presupuesto de costes indirectos de fabricación se hace de acuerdo con el nivel de producción estándar y teniendo presente lo que deben ser estos costes para dicho nivel. Para Polimeni [2005], los presupuestos estáticos muestran los costes anticipados a un solo nivel de actividad, justificando el supuesto que la producción no se desviará materialmente del nivel seleccionado, sin embargo, tal situación es poco común, además si se utiliza un presupuesto estático y la producción real difiere de la producción planeada, no puede hacerse una comparación precisa de costes porque parte de la diferencia entre los costes reales y los costes estándares es el resultado de un cambio en el nivel de producción, lo cual no se puede explicar a través de un presupuesto estático.

Sin embargo los presupuestos flexibles, revelan los costes anticipados a diferentes volúmenes de actividad, lo que elimina los problemas asociados con los presupuestos estáticos en términos de las fluctuaciones de la actividad productiva, por lo que los costes reales incurridos pueden compararse con



los costes presupuestados al mismo volumen de producción, por ello es que los presupuestos flexibles son una forma más realista de presupuestar.

Obtenida así la tasa estándar, ésta pasa a ser, el estándar de precio de los costes indirectos de fabricación y el estándar de cantidad de los costes indirectos de fabricación es lo que corresponde a una unidad de producto, del nivel o volumen de producción estándar usado para el cálculo de la tasa.

Por último, la multiplicación de la tasa estándar por la cantidad estándar, nos da el coste total estándar de costes indirectos de fabricación.

#### **4.2. Variaciones en el presupuesto flexible**

Los presupuestos estáticos de los presupuestos flexibles difirieren en su nivel de detalle.

Los presupuestos flexibles se basan en la clasificación de los costes desde una triple perspectiva:

- Por la proporcionalidad de los costes, que siguen una función lineal y proporcional hasta un cierto volumen de actividad.
- Por los costes fijos, que se consideran permanentes para periodos determinados y hasta un cierto nivel de actividad.
- Y por último por los costes mixtos, que engloban los costes de producción de estado parado y diferentes costes variables vinculados al nivel de actividad.

El presupuesto flexible se despliega en cinco puntos, ya que suponemos que todos los costes o son variables, respecto a las unidades producidas, o fijos:

- 1) Determinar el estándar económico de:
  - a. el precio de venta unitario presupuestado,
  - b. los costes variables unitarios presupuestados y
  - c. los costes fijos presupuestados.
- 2) Determinar la cantidad real del generador de ingresos.
- 3) Determinar el presupuesto flexible para los ingresos sobre la base del ingreso unitario presupuestado y la cantidad real del generador de ingresos.
- 4) Determinar la cantidad real del generador de coste.
- 5) Determinar el presupuesto flexible para costes sobre la base de los costes unitarios variables presupuestados, los costes fijos y la cantidad real de los determinantes de coste.

Es del todo recomendable establecer las siguientes fases para la determinación de un presupuesto flexible:

- a) han de clasificarse los costes teniendo en cuenta su variabilidad respecto de la producción,
- b) deben tenerse en cuenta los estudios de tipo técnico y el historial de la empresa, fijando los distintos niveles de producción, especificando los volúmenes de actividad normal, óptima y objetivo y
- c) estructurar el presupuesto flexible en costes fijos y variables

Según algunos tratadistas, Horngren C [2007] Rocafort, A [2008], el modelo de presupuestos flexibles define por el nivel de actividad y éste además fija el nivel de actividad considerado normal. Con esta medición de la actividad se puede determinar la infrautilización de los costes fijos, haciéndolo a través de la desviación en actividad, el cual recogerá el volumen de costes subactivos como consecuencia de no haber alcanzado el nivel de actividad esperado.

El modelo de presupuestos flexibles genera dos desviaciones de carácter económico:

- a) la desviación en presupuesto que constata la diferencia entre la totalidad de costes reales con la totalidad del presupuesto flexible y
- b) la desviación en actividad que refleja el volumen de costes fijos infrautilizados.

La desviación económica de los costes generales de fabricación del modelo de costes estándares coincide con la suma de las desviaciones de naturaleza económica del modelo de presupuestos flexibles, desviaciones en presupuesto y en actividad.

Mientras que todas las discrepancias pueden ser calculadas todo el tiempo del ciclo económico, la mayoría de las empresas se concentran en las variaciones que se relacionan con las variables que son claves de éxito.

Es necesario enfatizar que las variaciones no son un fin en sí mismo. Las variaciones dicen que algo es diferente de lo que fue esperado y depende de los usuarios, determinar que debe hacerse al respecto ya que una variación favorable no significa necesariamente que algo bueno ha sucedido y una variación desfavorable tampoco que algo malo ha ocurrido

La más importante tarea en el análisis de variaciones es el entender porque surgen las mismas y después utilizar este conocimiento para promover el aprendizaje y el mejoramiento continuo. Roberto García-Castro, Ruth V. Aguilera, Miguel A. Ariño, [2013].

## Capítulo 3

### Los costes estándares y las desviaciones

---

1. Introducción
2. Tipos de costes estándares
3. Determinación del cálculo del coste estándar
4. Desviación del coste estándar
5. Análisis de las desviaciones



## 1. Introducción

El *coste estándar* es el empleo de costes unitarios predeterminados con el fin de fijar el coste de la producción, facilitar el control de costes, y el flujo y la evaluación de los inventarios. Los costes estándar son costes predeterminados en forma realista, generalmente expresados como un coste por unidad de producto terminado o también llamado *ficha tipo*, representando las proyecciones de lo que deben ser los costes reales.

Los *costes estándares* son predeterminados, es decir, se calculan en forma científica en base a especificaciones de ingeniería, estudios de tiempos y movimientos, medidas seleccionadas de capacidad de planta y análisis de comportamientos de costes. Debe ser considerado un coste que sirve como un objetivo a alcanzar como una medida razonable de la actuación deseada. Para el cálculo de los estándares es necesario el trabajo conjunto del experto en áreas como la ingeniería industrial y especialistas en costes porque se nutre de dos componentes: uno estándar técnico o físico (cantidades) y otro estándar económico o monetario (unidad monetaria).

El coste estándar parte como principio verdadero, dada su base científica, y las diferencias con el real generan una variación que son fruto de un trabajo mal realizado, constituyendo una pérdida/beneficio, que se expone en el cuadro de resultados – separada del coste de ventas – para informar con precisión las ineficiencias fabriles y de sus causas. De esta manera se cuenta con información para asignar responsabilidades y corregir desvíos.

Los costes estándares pueden aplicarse tanto en sistemas de costes por procesos como en sistemas de órdenes de trabajo, pero los costes estándares tienen su máxima expresión en actividades que tienden a ser rutinarias y repetitivas y en las que los productos tienden a ser estandarizados.

Son muchos los tratadistas que nos aportan los beneficios de la aplicación de los costes estándares y su utilización en los procesos de actividades económicas:

Como para la autora Rayburn [1999], donde nos afirma que: *“un sistema de costes estándares hace que los ejecutivos se vuelvan conscientes de los costes porque las variaciones entre los costes estándar y los costes reales ayudan a poner de relieve los desperdicios. Al llamar la atención hacia las variaciones en costes, los estándares pueden servir como una brújula que guía, para los administradores, hacia los mejoramientos.”*

O bien como para Hargadon y Múnera [1992], señala que *“los costes estándares hacen posible el principio de “gerencia por excepción”, el cual consiste en concentrar la atención del ejecutivo sobre aquellos casos que presentan variaciones con respecto al estándar, no malgastando así su tiempo en considerar lo que marcha bien o de acuerdo con el*

*estándar. A su vez, los costes estándares simplifican y hacen más económico el sistema de costes, esta es una de las ventajas quizás más desconcertante, pues generalmente se tiene la idea de que un sistema con base en costes estándares es algo muy difícil y complicado y que por lo tanto hace falta mucho registro contable para su funcionamiento, sin embargo la práctica revela lo contrario.”*

O bien como para Mallo, C. [2009] quien nos indica que *“el sistema de costes estándares en un instrumento orgánico para controlar y reducir los costes en todos los niveles directivos y en todas las unidades operativas en que se articula la estructura organizativa de la empresa. Ésta, cuando adopta un sistema de costes estándares, actúa de lado de los costes y, si se aplican de forma eficaz, tiene repercusiones sobre el beneficio.”*

O bien, por último y entre otros, los autores Backer, Jacobsen y Ramírez Padilla [1988], señalan que los costes estándar *“son útiles en la toma de decisiones, particularmente si las normas de los costes de los productos se segregan de acuerdo con los elementos de los costes fijos y variables y si los precios de los materiales y las tarifas de mano de obra se basan en las tendencias esperadas de los costes durante el año siguiente.”*

Las ventajas que nos portan son para Mallo, C. [2009] las siguientes:

1. Son un instrumento de referencia con el que se van a comparar los costes históricos, por lo tanto son un medio para valorar la eficacia de la gestión.
2. Significan una ayuda esencial para la determinación de precios y la formulación de políticas de producción dentro de la empresa.
3. Exigen una definición de responsabilidades dentro de la estructura de la empresa por centros de costes.
4. Facilitan la valoración de los inventarios.
5. Las desviaciones surgidas al comparar el estándar con el coste real permiten a la dirección tomar decisiones para el control de la gestión.

Mientras que para Furlan, S. y Provenzali, P. [1977] las ventajas inherentes a la utilización de los costes estándares son de tres tipos:

- 1.- Ventajas técnicas:
  - i. *Oportunidad*: Los costes efectivos pueden calcularse al final de un proceso productivo o al cierre de un determinado período contable pero siempre con un sensible retraso.
  - ii. *Sencillez*: El hecho mismo de que las anotaciones y los cálculos se efectúen con datos fijos (estándares) evita la complicación provocada por la notable masa de documentos que se tienen que tomar en consideración, valorar y calcular para obtener datos efectivos.

- iii. *Indispensabilidad:* En muchas empresas, el problema de valoración de los trabajos en curso es de solución muy difícil, y por otra parte, no puede ser pasado por alto para un eficaz control económico de la marcha de la fabricación.

## 2.- Ventajas de gestión:

- i. *Posibilidad de control por excepción:* La puesta en evidencia de las diferencias entre datos efectivos y datos estándares permite concentrar la atención solamente sobre los resultados anormales, así como también sobre los que se aparten de las previsiones más allá de una tolerancia admisible y/o predeterminada.
- ii. *Responsabilidad sobre los resultados:* El análisis de las causas de variación entre los costes efectivos versus los costes estándares lleva rápidamente a determinar el origen de éstas, y por consiguiente la correspondiente responsabilidad operativa.
- iii. *Determinación de los puntos críticos:* El trabajo de determinación de los estándares y la interpretación de las causas de desviación comporta un examen cuidadoso de cada función y operación.
- iv. *Base para la gestión presupuestaria:* El presupuesto, que es la valoración de los programas operativos, constituye el máximo nivel de racionalización de la gestión empresarial. Se vale de los estándares como unidad de medida para la valoración de las previsiones.

## 3.- Ventajas suplementarias:

- i. *Estabilización de los costes:* Los costes históricos pueden sufrir variaciones notables en períodos breves, la dirección comercial debe, por lo contrario, disponer de un instrumento de control de la validez de los precios de venta, que es oportunamente suministrado por el coste estándar.
- ii. *Comparabilidad entre sectores empresariales y entre otras empresas:* Los estándares calculados con estudios o investigaciones de orden técnico comportan la referencia a situaciones empresariales muy claramente determinadas permitiendo efectuar comparaciones dentro de la empresa (presupuesto kaizen) y con otras empresas (presupuesto benchmark), basadas en elementos ciertamente homólogos.
- iii. *Facilidad de interpretación de las informaciones de costes:* Por la misma razón citada en el punto anterior, cualquier referencia correspondiente a los costes examinados es perfectamente clara y evidente. Esta claridad unida a la reducción de la cantidad de datos, favorecida por la puesta en evidencia de las únicas diferencias notables, reduce las dificultades y el tiempo de consulta de los informes contables y por consiguiente facilita la toma de decisiones adecuadas.

Es fundamental tener conocimiento de las limitaciones potenciales de los costes estándares a fin de poder utilizarlos con la máxima efectividad, donde deberemos tener en cuenta las siguientes restricciones:

- a. *El grado de rigidez o flexibilidad de los estándares:* Con frecuencia, las normas tienden a adquirir rigidez aun en períodos relativamente cortos. Mientras que las condiciones de fabricación cambian constantemente, las revisiones de las normas pueden ocurrir a intervalos poco frecuentes. Estas revisiones crean problemas especiales relacionados con el inventario.
- b. *La frecuencia:* Cuando las normas se revisan frecuentemente, su efectividad para evaluar la actuación se debilita. Por otra parte, si no se revisan las normas cuando se producen cambios de fabricación importantes, se obtiene una medición o evaluación inapropiada o poco realista. Otra limitación es la inflación, que obliga a cambiar constantemente los estándares de precio.
- c. *El tamaño de la organización.* El tamaño de la organización y el grado de relaciones impersonales son factores que también requieren un método sistemático para controlar a los distintos departamentos de operación.

## 2. Tipos de costes estándares

Los costes estándares se pueden clasificar de la siguiente forma:

- *Estándares Ideales:* aquellos que sólo son alcanzables en condiciones óptimas, representando la máxima eficacia de consecución de los objetivos. Donde autores como López Álvarez y otros [1996], nos señalan que los estándares ideales se pueden utilizar en los dos supuestos siguientes:
  - i. Como medida de posible comparación con los estándares ideales de los principales competidores; el conocimiento adquirido puede servir de base al establecimiento de una estrategia competitiva que permita mejorar nuestra posición relativa.
  - ii. Los estándares ideales, aunque sean prácticamente inalcanzables, pueden servir de orientación a la dirección, en un proceso de mejora continua, para comprobar en qué medida se acerca la 'performance' obtenida a la considerada "ideal".
- *Estándares Normales:* Aquellos valores normativos conseguibles a un nivel normal de actividad y operatividad. A su vez estos estándares deben ser, ambiciosos de tal forma que impliquen una mejora continua y accesible, con cierto esfuerzo, de modo que impliquen un factor de progreso.
- *Estándares Esperados:* son aquellos valores que corresponden a la tendencia observada en la actuación real y por lo tanto constituyen metas ya alcanzadas por la actividad empresarial.



Las variaciones que se generan entre los costes estándares, también llamados a priori, y los costes históricos, o bien llamados a posteriori, nos indican el grado en que se ha logrado un determinado nivel de actuación establecido por la gerencia. Las variaciones pueden agruparse por departamento, por coste o por elemento del coste, como por ejemplo, precio y cantidad. El grado en que puede controlarse una variación depende de la naturaleza del estándar, del coste implicado y de las circunstancias particulares que originaron tal variación.

Para Neuner y Deakin [2001] las dos consideraciones principales que afectan a la clasificación de los estándares son:

- i. La posibilidad de lograr el estándar o patrón, esto es la factibilidad con que es posible alcanzar los estándares o patrones establecidos y
- ii. La frecuencia con que se revisan los mismos.

### 3. Determinación del cálculo del coste estándar

El coste de un producto puede descomponerse en sus tres elementos: materiales directos, mano de obra directa y costes directos e Indirectos de fabricación. Estos tres elementos integran el coste estándar de fabricación total de un servicio o producto. El coste estándar de un producto o servicio es la suma de los costes estándares de materiales directos, los costes estándares de mano de obra directa y los costes estándares de costes directos e indirectos de fabricación, a su vez, cada uno de estos costes es el producto de dos estándares uno de cantidad, uso o eficiencia y otro de precio, por lo que el coste estándar de un producto lo podríamos representar en la siguiente fórmula:

$$K^e = \sum_e [(M^e(Q_M^e P_M^e)) ((T^e (Q_T^e P_T^e)) (F^e(Q_F^e P_F^e)))]$$

En donde

- $K^e$  = Es el coste de los materiales
- $M^e$  = Es el coste estándar de los materiales
- $Q_M^e$  = Es el estándar técnico de los materiales
- $P_M^e$  = Es el estándar económico de los materiales
- $T^e$  = Es el coste estándar de la mano de obra
- $Q_T^e$  = Es el estándar técnico de la mano de obra
- $P_T^e$  = Es el estándar económico de la mano de obra
- $F^e$  = Es el coste estándar de los costes de fabricación
- $Q_F^e$  = Es el estándar técnico de los costes de fabricación
- $P_F^e$  = Es el estándar económico de los costes de fabricación

- *Coste estándar de materiales:*  
Es el coste unitario estándar para el consumo de materiales por unidad de producto terminado, se calcula, multiplicando el precio estándar de los insumos por la cantidad estándar de insumos utilizados. Incluye tanto los estándares de precio de materiales como los estándares de cantidad de materiales.
- *Coste estándar por mano de obra:*  
Se determina multiplicando el tiempo estándar de mano de obra por la tarifa estándar de la mano de obra. Un estándar de tiempo de mano de obra representa el tiempo de trabajo requerido para producir una unidad de producto, donde, un estándar de tarifa de mano de obra representa la tarifa estándar por la hora pagada por diversas operaciones de trabajo.
- *Costes de fabricación estándar:*  
Se calculan utilizando tasas predeterminadas de costes de fabricación, ya que no pueden identificarse de manera directa con productos específicos, deberán aplicarse a las unidades utilizando tasas de costes de fabricación estándares. Se calcula una tasa de fabricación en costes fijos y variables. Al multiplicar la tasa estándar de costes de fabricación variables y la tasa estándar de costes de fabricación fijos por una base predeterminada de aplicación se obtendrán los costes de fabricación estándar de los productos terminados.
- *El coste estándar por unidad:*  
El coste estándar por unidad de producto terminado representa la suma de los costes estándar unitarios calculados para los costes estándar de materiales, costes estándar de mano de obra y costes de fabricación estándar.
- *Estándares referentes al precio de materiales:*  
Para que sean alcanzables será necesario que reflejen los precios actuales de mercado.
- *Estándares respecto a cantidades de materiales:*  
El consumo de materiales dependerá de factores tales como, el tipo de máquinas utilizadas y su capacidad o bien la experiencia de la mano de obra, las diferentes clases de materias primas que se utilizan y de su calidad. Es una estimación realista del tiempo de trabajo requerido para realizar cada una de las fases específicas de la manufactura de un producto.
- *Estándares de tiempo de mano de obra:*  
Constituye una estimación realista del tiempo de trabajo requerido para realizar cada una de las fases específicas de la manufactura de un producto.
- *Estándares respecto a la tarifa de mano de obra:*  
Señalan el coste estimado de mano de obra por hora que se espera que prevalezca durante el próximo período previsto.

- *Tasas Estándar de Costes de Fabricación:*

Las tasas variables y fijas se desarrollan de una cédula de coste de fabricación presupuestado para un período contable

#### 4. Desviación del coste estándar

El aspecto fundamental en el estudio de los costes estándares lo constituye el análisis de las desviaciones, es decir, la comparación entre los costes estándares y los costes históricos. Así pues la diferencia entre ambos datos nos generará el inicio de una investigación de sus causas que servirán de base para la gestión de la empresa en su toma de decisiones futuras.

Dada la forma de calcularse el estándar, las variaciones resultantes, pueden ser analizadas cuando su monto lo exija, para conocer la razón de esas diferencias, lo que nos permitirá evaluar la eficiencia fabril operativa de la empresa y corregir oportunamente las fallas o defectos observados, esto hace que dicho análisis sea una de las herramientas más importantes.

Las desviaciones las podemos dividir en tres en:

- i. Desviaciones en cantidad; serán aquellas que van ligadas al rendimiento y la productividad de los distintos factores que intervienen.
- ii. Desviaciones en los precios; serán aquellas que afectan a las relaciones de la empresa con la unidad económica de los factores. Algunas de ellas pueden ser consideradas como exógenas.
- iii. O bien desviaciones procedentes de las variaciones en la tasa de empleo de los medios de producción y cuya causa puede ser originada por causas endógenas o internas.

Mallo, Kaplan, Meljem, Gimenez [2000] nos plantea la desviación entre los costes históricos y los costes estándares a través de:

Los costes reales

$$K^r = x^r(m^r c^r + h^r s^r + h^r t^r)$$

Donde

$K^r =$  coste histórico total

$x^r =$  producción de unidades real

$m^r =$  cantidad real unitaria de materia prima

$c^r =$  coste real unitario de una unidad de materia prima

$h^r =$  cantidad real unitaria de horas de mano de obra

$s^r =$  coste real unitario de una unidad de mano de obra

$h^r =$  cantidad real unitaria de horas de funcionamiento de los costes generales

$t^r =$  coste real unitario de una unidad de gasto general

Con los costes estándares

$$K^s = x^s(m^s c^s + h^s s^s + h^s t^s)$$

Donde

$K^s =$  coste estándar total

$x^s =$  producción de unidades previstas

$m^s =$  cantidad estándar unitaria de materia prima

$c^s =$  coste estándar unitario de una unidad de materia prima

$h^s =$  cantidad estándar unitaria de horas de mano de obra

$s^s =$  coste estándar unitario de una unidad de mano de obra

$h^s =$  cantidad estándar unitaria de horas de funcionamiento de los costes generales

$t^s =$  coste estándar unitario de una unidad de gasto general

O bien como Franquesa, J. [1991] nos plantea el análisis de las desviaciones, considerando la desviación total:

$$D_t = V_p - V_r = (Q_p * P_p) - (Q_r * P_r)$$

Donde

$D_t =$  es la desviación total

$V_p =$  es el coste total previsto

$Q_p =$  es la cantidad prevista

$Q_r =$  es la cantidad real

$P_p =$  es el precio previsto

$P_r =$  es el precio real

Si le suman y restan a esta ecuación el valor  $(Q_r * P_p)$ , tendremos;

$$D_r = Q_p * P_p - Q_r * P_p - Q_r * P_r + Q_r * P_p$$

$$D_T = P_p * (Q_p - Q_r) + Q_r (P_p - P_r)$$

Al primer sumando se le denomina desviación técnica  $D_t$  y representa la desviación en cantidad por el precio presupuestado.

$$D_t = P_p * (Q_p - Q_r)$$

Al segundo sumando se le denomina desviación económica  $D_e$  y representa la desviación en precios unitarios por la cantidad real.

$$D_e = Q_r * (P_p - P_r)$$

La desviación total es la suma de las desviaciones técnica más la desviación económica.

$$D_T = D_t + D_e$$

Otro análisis más reciente del cálculo de las desviaciones es el propuesto por Mallo, C. et al. [2000] a través de la técnica C/SCS (Cost Schedule Control System) surgido en Estados Unidos como una herramienta para controlar los costes y plazos de entrega entre las empresas privadas y las empresas públicas del mundo de la defensa y aeroespacial y posteriormente se traspasó esta técnica a las grandes empresas de la construcción y proyectos a largo plazo.

A través de esta herramienta nos permite controlar el estado y la situación de los proyectos a lo largo de la vida del plan sin tener en cuenta la finalización del mismo para conocer el retraso en la planificación o las desviaciones en los costes frente a los presupuestados.

Los conceptos fundamentales que introduce la técnica de C/SCS para resolver las incertidumbres planteadas por las técnicas convencionales son:

- *Presupuesto a través del modelo BCWS* (Budgeted Cost for Work Scheduled) como modelo de representación numérica del valor presupuestado para el trabajo planificado en un período de tiempo.
- *Valor ganado*: Coste presupuestado del trabajo realizado a través del modelo BCWP (Budgeted Cost for Work Performed) como representación numérica del trabajo realizado en un período de tiempo valorado a coste presupuestado.
- *Costes reales*: El coste incurrido del trabajo realizado a través del modelo ACWP (Actual Cost of Works Performed) como los costes realmente incurridos en el trabajo realizado durante un cierto período de tiempo.
- *Desviación en plazo*: a través del modelo SV (Scheduled Variance) siendo la diferencia numérica entre el trabajo realizado y el trabajo planificado, es decir,  $BCWP - BCWS$ .
- *Desviación en el coste*: a través del modelo CV (Cost Variance) siendo ésta la diferencia numérica entre el coste presupuestado y el coste incurrido del trabajo realizado, es decir,  $BCWP - ACWP$ .

A modo de representación gráfico diríamos que para descomponer las desviaciones en el factor tiempo y coste se obtendría la representación siguiente:

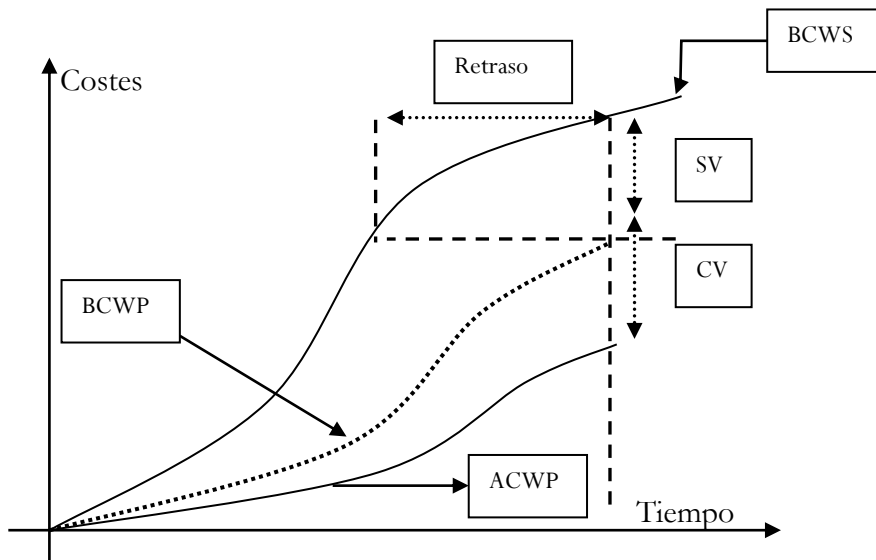


Gráfico 3: Representación de las desviaciones según la técnica C/SCS

Y podremos obtener las siguientes estimaciones

- El índice de eficiencia (*Cost Performance Index*) que nos hallará la eficiencia alcanzada para el trabajo que se ha realizado, donde:

$$CPI = BCWP \text{ (Valor ganado)} / ACWP \text{ (Coste incurrido)}$$

- El índice de aprovechamiento (*Schedule Performance Index*) que nos compara el trabajo realizado con el que se debería haber efectuado según el presupuesto, donde:

$$SPI = BCWP / BCWS$$

- El coste estimado hasta la finalización (*Estimated At Completion*), donde:

$$EAC = ACWP + PF (BAC - BCWP)$$

Donde:

*BAC* (*Budget At Completion*) es el presupuesto del trabajo finalizado y

*PF* (*Performance Factor*) es igual a  $ACWP / BCWP$

Para poder llevar a cabo esta técnica se deben tener en cuenta los siguientes aspectos en el control de la misma:

- 6.3 Descomponer los trabajos (*WBS, Work Breakdown Structure*) en diferentes niveles de unidad inferior.
- 6.4 Detallar la estructura organizativa (*OBS, Organizational Breakdown Structure*) a las distintas funciones y departamentos.
- 6.5 Desarrollar una detallada planificación de las cargas de trabajo (*WP, Work Package*) junto con los puntos anteriores.

## 7. Análisis de las desviaciones

Podemos aportar que los modelos de los costes estándares, basados en el tratado científico de la actividad empresarial, tanto en su vertiente económica como en su vertiente productiva y organizativa, establecen los estadios de comportamiento entre la estimación y la realidad del proceder de dicha actividad. Así pues, las desviaciones entre los estándares establecidos y la realidad obtenida mediante el cálculo de la confrontación empírica y procesando el análisis de los datos obtenidos se llega a la conclusión operativa de la gestión y control de la actividad empresarial.

El uso efectivo de los sistemas de costes estándares implica un adecuado manejo e interpretación de las causas que originan las desviaciones, donde el criterio de los stakeholders para establecer los criterios de los estándares y sus presupuestos, deben ser admitidos por todos sus responsables.

El expertizaje debe realizar interpretaciones sobre las causas de las desviaciones y la posterior adscripción de las responsabilidades y, a veces, los modelos cuantitativos dejan en las sombras un conjunto de valores y situaciones cualitativas que pueden llegar a representar las claves más importantes de las variaciones encontradas o que el conjunto de las causas puede llevar a dichas desviaciones mixtas a una muy difícil adscripción.

Es por ello que en estas situaciones de incertidumbre la técnica de la lógica borrosa nos puede aportar la luz a la toma de decisiones de las causas de las desviaciones generadas y aportar las alternativas para la confección de los estándares futuros y su transcripción a las responsabilidades de los gestores de dichos patrones.

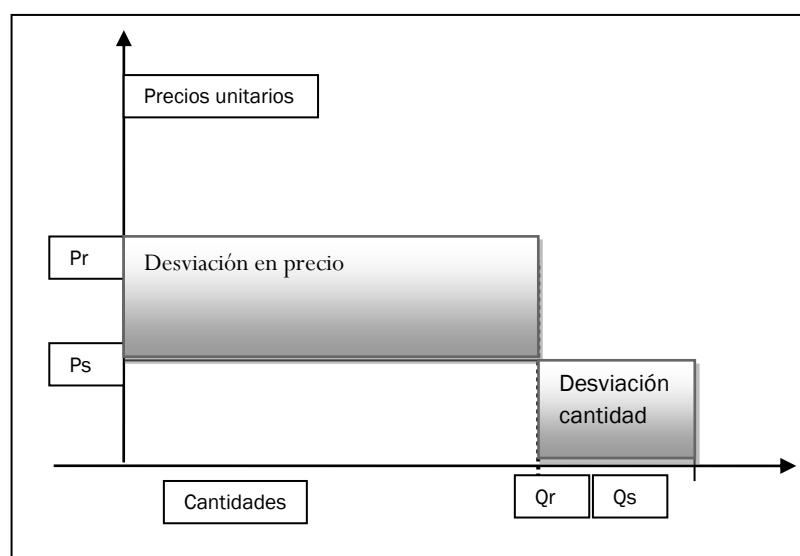


Gráfico 4: Representación de las desviaciones

El óptimo análisis de desviaciones se produce en la descomposición de los factores que han sido establecidos tanto en la planificación de la producción como el aprovisionamiento, la mano de obra y los costes generales, así como también en el presupuesto de venta o ingresos previstos y por último y no menos importante el resultado previsto con los datos ciertamente alcanzados.

En el desarrollo del control interno de las desviaciones hay que tener en cuenta la variabilidad de la actividad, ya que, la desviación de los costes variables se calculan en función de la actividad empresarial, mientras que los costes fijos se calculan en función de la absorción que cada nivel de actividad real de los costes fijos, al mantenerse estos inalterables hasta que no se llega a la uso máximo de la capacidad total productiva, donde, a su vez, el coste unitario fijo será el mínimo.

El análisis de las desviaciones proviene de tres tendencias correspondientes a las escuelas:

- i. La escuela alemana, representada por sus máximos exponentes maestros Schneider y Schmalenbach donde se centran principalmente en la incorporación del razonamiento económico a la contabilidad de costes mediante la inclusión de conceptos perfectamente sistematizados. En este punto Schneider puso un punto de máxima reflexión en los costes de desocupación o también llamados de subactividad, que los estima necesarios pero que se deben incorporar al resultado del período y anularlos del coste del producto, y con toda su plenitud si estamos utilizando el modelo full costing.
- ii. La escuela francesa, que establece la sistematización y normalización del proceso de la contabilidad de costes, incluyendo los conceptos económicos aceptados, pero expresados y explicados a través del lenguaje formal de la coordinación contable.
- iii. Y por último, la tercera corriente es la escuela anglosajona, que tiene como principal característica el pragmatismo, enfoca la problemática y desarrollo de la contabilidad, sin establecer grandes restricciones formales a la investigación y comportamiento de los costes, justificando la omisión de las secciones. Mark H. A., Daisuke Yoshikaw [2012].

Como cita el profesor Johnston, J. [1955] en su prólogo, nos dice que: *“la mayor parte de la relaciones económicas pueden tener solamente una cierta validez transitoria si dependen de caracteres institucionales mutables o de características evolutivas de la conducta humana. Así, parte de la investigación econométrica de cada generación debe de replantearse de nuevo”*. Y como nada permanece inalterable debemos permanecer alertas ante las diferencias que nos produce nuestra actividad empresarial y productiva para mejorar, a través de la mejora continua, el abaratamiento de los costes que nos proponemos obtener. El objetivo del cálculo de las diferencias consiste en descubrir rápidamente y en cuanto son detectadas las desviaciones para tomar de forma inmediata las medidas correctoras para su subsanación e implicar a su responsable de ello.



FACTOR	DESVIACIÓN EN:
BENEFICIO $DB = B^S - B^R$	Resultado $DB = \sum(DV + DM + DH + DT)$
VENTAS $= \sum(u^S * pv^S) - (u^R * pv^R)$	Precio $DVp = ((pv^S - pv^R) u^R)$
	Cantidad $DVq = ((u^S - u^R) pv^S)$
MATERIALES $DM = \sum(q^S * pm^S) - (q^R * pm^R)$	Precio $DMp = ((pm^S - pm^R) q^R)$
	Cantidad $DMq = ((q^S - q^R) pm^S)$
MANO DE OBRA $DH = \sum(h^S * ph^S) - (h^R * ph^R)$	Salario $DHp = ((ph^S - ph^R) h^R)$
	Tiempo $DHq = ((h^S - h^R) ph^S)$
COSTES GENERALES DE FABRICACION BAJO PRESUPUESTOS RIGIDOS $DT = \sum(t^S * pt^S) - (t^R * pt^R)$	Presupuesto $DTp = ((pt^S - pt^R) t^R)$
	Eficiencia $DTq = ((t^S - t^R) pt^S)$
COSTES GENERALES DE FABRICACION BAJO PRESUPUESTOS FLEXIBLES $DTf = \sum(DTf_p + DTf_c + DTf_e)$	Presupuesto $DTf_p = F_p + t_s^v H_r - F_r + t_s^f H_r$
	Capacidad $DTf_c = t_s^f (H_r - H_p)$
	Eficiencia $DTf_e = T_s (P_r h_s - H_r)$

Tabla 3: Fórmulas para el cálculo de las desviaciones



## Capítulo 4

### El coste estándar de la materia prima y sus desviaciones

---

1. Introducción
2. Los costes específicos en la determinación del coste del aprovisionamiento
3. El cálculo del estándares de la materia prima
  - 3.1 El expertizaje
  - 3.2 La logística inversa
4. El cálculo y las desviaciones de los estándares de materia prima
  - 4.1 Las desviaciones del estándar técnico de las materias primas
  - 4.2 Las desviaciones del estándar económico de las materias primas



## 1. Introducción

El principal objetivo de la planificación del aprovisionamiento es garantizar la cadena de suministro de los bienes y servicios planificados en las ventas teniendo en cuenta para ello la evolución de la limitación física y económica de los insumos básicos adicionándoles los costes de inventario, planificación del stock y su aprovisionamiento.

## 2. Los costes específicos en la determinación del coste de aprovisionamiento

La clasificación clásica de los tipos de costes de aprovisionamiento venía a resumirse entre costes de operaciones y costes asociados a la inversión. La especialización y complejidad de los nuevos procesos productivos basados en economías con tendencias globalizadas están desarrollando nuevos criterios de clasificación de los costes de aprovisionamiento que vienen a establecerse de la siguiente forma:

- *Costes asociados a los flujos:*

Son aquellos costes que son necesarios para la operación normal en la consecución del output así como los elementos que han contribuido a su producción como pueden ser los financieros y de amortización. Donde los costes del transporte están adquiriendo cada vez más una importancia vital a la hora de determinar el pedido mínimo, el coste de almacenaje donde a veces estarán incluidos en el precio de adquisición de la mercancía y otras veces será a coste del proveedor y como principales *incoterms* aprobados por la Cámara de Comercio Internacional [1990] con obligaciones recíprocas entre comprador y vendedor dentro de un contrato internacional como nos expone Mallo, Kaplan, Meljem, Gimenez [2000]:

- i. *EXW (Ex Works, a la salida).*

La responsabilidad del vendedor consiste en colocar la mercancía a disposición del comprador en las propias instalaciones del vendedor. El comprador soporta todos los costes y riesgos de transporte de la mercadería desde ese punto al destino deseado. Este término de Incoterm supone el mínimo de obligaciones para el vendedor.

- ii. *FCA (Free Carrier, sin pago del transporte principal).*

Las obligaciones del vendedor consisten en entregar la mercancía al transportista designado por el comprador en el punto convenido. Los costes del transporte y seguro, así como los riesgos corren a cuenta del comprador una vez se ha entregado la mercancía.

- iii. *FAS (Free Alongside ship, puerta de embarque convenida).*

Las obligaciones del vendedor consisten en entregar la mercancía colocándola al lado del buque o sobre el muelle en el puesto de embarque convenido. Los costes de transportes y seguro, así como los riesgos por daño de la mercancía corren por cuenta del comprador una vez entregada la mercancía. Debe usarse únicamente para el transporte por mar o vías acuáticas.

- iv. *FOB (Free on Board, Franco a bordo).*

La obligación del vendedor consiste en entregar las mercancías a bordo del buque en el puerto convenido. El vendedor también se responsabiliza de los trámites de aduana de exportación así como de la carga de las mercancías en el buque. Por su parte el comprador paga el flete y el seguro, además de correr con el riesgo de la pérdida o daño de las mercancías cuando ésta sobrepasa la borda del buque.

v. *CFR (Cost and Freight, coste y flete).*

El vendedor escoge el barco y pago los costes y el flete necesario para hacer llegar la mercancía al puerto de destino convenido. El vendedor despacha la mercancía con los trámites aduaneros para su exportación. Los riesgos de pérdida o daño de las mercancías pasan al comprador desde el momento en que se ponen las mercancías a bordo del buque en el puerto de embarque convenido.

vi. *CIF (Cost, Insurance and Freight, coste seguro y flete).*

Las obligaciones del vendedor con las mismas que el Incoterm CFR, pero además éste debe de pagar el seguro de la mercancía durante el transporte.

vii. *CPT (Freight, Carriage paid to, transporte pagado hasta).*

El vendedor paga el flete de las mercancías hasta el destino convenido. El vendedor lleva a cabo los trámites aduaneros para la exportación. Los riesgos de pérdida y daño pasan al comprador desde el momento en que la mercancía es entregada a la custodia del transportista.

viii. *CIP (Freight, Carriage and Insurance paid to, transporte y seguros pagados hasta).*

El vendedor tiene las mismas obligaciones que bajo CPT, pero además paga el seguro del transporte de la mercancía.

ix. *DAF (Delivered at Frontier, entregado hasta frontera).*

El vendedor se compromete a entregar la mercancía despachada en aduana para la exportación en el lugar y punto convenido de la frontera. El vendedor asume los riesgos de daño y pérdida de las mercancías hasta el momento de la entrega.

x. *DES (Delivered ex Ship, entrega sobre buque).*

El vendedor escoge el barco, paga el flete y soporta los riesgos del transporte marítimo hasta el destino. Los costes de descarga corren por cuenta del comprador.

xi. *DEQ (Delivered ex Quay, entrega sobre muelle, derechos pagados).*

El vendedor pone la mercancía a disposición del comprador sobre el muelle en el puerto destino convenido y despacho de la aduana para la importación. El vendedor ha de asumir todos los riesgos y costes hasta aquel punto, incluidos también los de descarga.

xii. *DDU (Delivered duty unpaid, entrega de derechos no pagados).*

El vendedor entrega la mercancía cuando la pone a disposición del comprador en el lugar convenido del país de importación. El vendedor ha de asumir todos los riesgos y costes hasta aquel punto, excluidos los derechos e impuestos exigibles a la exportación.

xiii. *DDP (Delivered Duty Paid, entrega derechos pagados).*

El vendedor tiene las mismas obligaciones que bajo el Incoterm DDU, pero además paga los derechos de la importación de la mercancía. Supone mayor obligación y riesgos para el vendedor de todos los incoterms.

- *Costes asociados a los stocks:*

En este ámbito se deben incluir todos aquellos costes que están relacionados con inventarios, como pueden ser los costes de almacenamiento, los deterioros, las pérdidas y la depreciación de los productos almacenados,... Una de las funciones más importantes es la determinación de los pedidos mínimos a establecer con el objetivo de evitar la rotura de la cadena de producción.

- *Costes asociados a los procesos:*

Son aquellos vinculados al ámbito del proceso de producción teniendo en cuenta los costes de las compras, los lanzamientos de los pedidos y la gestión de la actividad.

El expertizaje como establecen los autores Laumaille, R [1991], Peter, C [1991], Albornes Malisani, E [1989], como herramienta de gestión de la planificación del aprovisionamiento nos lleva a clasificar los costes de forma mucho más operativa transfiriendo así responsabilidades de gestión mucho más específica debido a la complejidad del sistema de producción de los outputs de producción, por ello de forma generalizada se establecen los siguientes pasos de clasificación de los costes inherentes a la planificación del aprovisionamiento:

- *Costes de almacenamiento, de mantenimiento o de posesión del stock:*

Son todos aquellos costes de almacenamiento, de mantenimiento o de posesión del Stock, incluyen todos los costes directamente relacionados con la titularidad de los inventarios tales como:

	Costes de almacenamiento	Costes de mantenimiento
Coste Directos Fijos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Personal</li> <li>• Vigilancia y Seguridad</li> <li>• Cargas Fiscales</li> <li>• Mantenimiento del Almacén</li> <li>• Reparaciones del Almacén</li> <li>• Alquileres</li> <li>• Amortización del Almacén</li> <li>• Amortización de estanterías y otros equipos de almacenaje</li> <li>• Costes financieros del inmovilizado.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Personal</li> <li>• Seguros</li> <li>• Amortización de equipos de manutención</li> <li>• Amortización de equipos informáticos</li> <li>• Costes financieros del inmovilizado</li> </ul>

Costes Directos variables	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Energía</li> <li>• Agua</li> <li>• Mantenimiento de Estanterías</li> <li>• Materiales de reposición</li> <li>• Reparaciones ( relacionadas con almacenaje )</li> <li>• Deterioros, pérdidas y degradación de mercancías.</li> <li>• Costes Financieros de Stock.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Energía</li> <li>• Mantenimiento de equipo de manutención</li> <li>• Mantenimiento de equipo informático</li> <li>• Reparaciones de equipos de manutención</li> <li>• Comunicaciones.</li> </ul>
Costes indirectos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• de administración y estructura</li> <li>• De formación y entrenamiento del personal</li> </ul>	

Tabla 4: Algunos de los costes directamente relacionados con la titularidad de los inventarios.

Existen varios métodos de aproximación para avaluar los costes de almacenamiento, uno de ellos y principalmente utilizado es el conocido como la ‘tasa Anual Ad Valorem’. Este método aproximado, que se utiliza bastante para la planificación de Sistemas Logísticos, consiste en admitir que los costes de almacenamiento se pueden aproximar por una tasa anual aplicada al valor de las mercancías almacenadas.

Esta hipótesis, que es evidente en el caso de los costes financieros de los Stocks, se generaliza en este método a los demás costes que intervienen en el almacenamiento (Inversiones, personal, energía, deterioros, pérdidas...) Asumiéndose que cuanto más cara es una mercancía más caro es el coste de almacenamiento

- *Costes de lanzamiento de pedidos*

En segundo lugar están los *costes de lanzamiento de pedidos*: son todos los costes que son necesarios para lanzar una orden de compra, para ello hay que tener en cuenta los siguientes costes implícitos como son:

- Los costes de reparación de máquinas cuando se lanza un pedido.
- Los costes de ubicación en el almacén de recepción.
- Los costes de transportes vinculados al pedido.
- Los costes de supervisión.
- Los costes de administración
- Y los costes de recepción

- *Los costes vinculados a la adquisición*

Los costes directamente vinculados *a la adquisición* que calcula la cantidad total invertida en la adquisición de la compra de la mercadería o del servicio. Se deben tener en cuenta en esta fase del cálculo la metodología de valoración de los inventarios (Fifo, Lifo, Hifo, precio medio ponderado, precio específico,...).



- *Los costes de ruptura del stock*

Por último tener en cuenta los costes de *ruptura del stock*: Que son los costes producidos por la falta de un inventario disponible para atender la planificación de ventas. Sus costes no se pueden imputar al coste del producto sino llevarlos a la cuenta de resultados.

La planificación del aprovisionamiento continuo aporta una de las gestiones más complejas teniendo en cuenta la operativa de producción en diversos puntos de operaciones distantes a lo largo del globo terráqueo, para ello aparte de utilizar metodologías de cálculo como la *tasa ad Valorem* disponemos de métodos como el *Just In Time*, Rocafort, A [1991] y aporta un sistema de producción donde se elimina todo desperdicio, mejora el nivel de existencia máxima necesaria para el proceso productivo y en definitiva nos aporta valor añadido al producto en su proceso productivo.

Los modelos de planificación continua del aprovisionamiento o reaprovisionamiento se agrupan en dos categorías principales, a saber:

- Los modelos para *Reaprovisionamiento no programado*, con una demanda de tipo independiente y generada como consecuencia de las decisiones de muchos actores ajenos a la cadena logística (clientes o consumidores), el modelo más común es el Lote Económico de Compras.

A su vez los modelos no programados se clasifican en otras dos subcategorías:

- i. Modelos de *Reaprovisionamiento continuo*, en los que se lanza una orden de pedido cuando los inventarios decrecen hasta una cierta magnitud o "punto de pedido". La cantidad a pedir es el "lote económico de compra".
  - ii. Modelos de *Reaprovisionamiento periódico*, en los que se lanza una orden de pedido cada cierto tiempo previamente establecido. La cantidad a pedir será la que restablece un cierto nivel máximo de existencias nivel objetivo.
- O los modelos para *Reaprovisionamiento programado*, con demanda dependiente y generada por un programa de producción o ventas. Responden a peticiones de Reaprovisionamiento establecidas por MRP o DRP basadas en técnicas de optimización o simulación.

Una de las mayores dificultades estriba en la determinación del pedido óptimo y para ello se disponen de una serie de modelos todos ellos variaciones del Modelo EOQ (Economic Order Quantity) que nos pueden ser útiles a la hora de tomar decisiones sobre inventarios cuando la demanda es conocida, como nos presentan los autores de modelos deterministas como Hillier, F.S. y Lieberman, G.J. [1991], Taha, H.A. [1991], Graves, S.C; Rinnoy A.H y Zipkin P.H. [1993]. El modelo Harris – Wilson, Wilson [1934], Harris [1914], determinó el modelo de pedido óptimo de reaprovisionamiento a través de la siguiente

descripción, basado en la hipótesis de que el horizonte que afecta a la gestión de los stocks es ilimitado, la demanda es continua y conocida y supone una tasa de consumo de  $\mathcal{D}$  unidades / año, mientras que el plazo de entrega,  $\mathcal{L}$ , es contante y conocido también, el proceso no acepta roturas de stock y el coste variable de adquisición resulta contante, así pues, el modelo nos da la entrada del lote en el sistema de formas instantánea cuando ha transcurrido el plazo de entrega, se considera un coste de lanzamiento de  $CL$  €/pedido y un coste de posesión de stock igual a  $CP$  unidades monetarias / unidad y por último el lote tendrá siempre el mismo tamaño, para que los parámetros del modelo sean constantes. Donde el nivel de stock se denomina punto de pedido  $\mathcal{S}$ .

El punto de pedido  $\mathcal{S}$  se calcula de la siguiente manera:

$$\mathcal{S} = \mathcal{D} * \mathcal{L}$$

La necesidad de establecer una clasificación de los materiales precisa detectar los artículos los que son de una alta rotación, rotación normal o baja rotación pero con mayor incidencia con los que son de rotación obsoleta para darlos de baja del inventario.

Para planificar la gestión integrada de los inventarios se disponen de técnicas como el DRP (Distribution Resources Planning) a través de los métodos de Brown y Martín. El primero de ellos establece que es la demanda en los puntos de distribución quién determina las necesidades brutas de mercancía a obtener con cargo a la producción y las necesidades de medios de transporte, mientras que en método de Martín los puntos de distribución se satisfacen sobre la base de lotes programados a obtener con cargo a la producción, que también determina las necesidades de medios de transportes

Actualmente se disponen de programas informáticos de ayuda al cálculo tanto de la planificación del aprovisionamiento como el de reaprovisionamiento como 'Dynamp' desarrollado posteriormente por IBM, o bien 'Powersim' desarrollado por una compañía noruega y bajo entorno de gráficos de Windows, o bien el 'Stella' con soporte de CAD/CAM diseño gráfico bajo soporte informático.

### **3. El cálculo de los estándares de la materia prima**

Como nos aportan Mula, J., Poler, R., y García, J [2005] la evolución de las estrategias de fabricación han pasado de un alto volumen y reducido catálogo (producción en masa), a la producción de bajo volumen y amplio catálogo o bien a la producción de alto volumen y amplio catálogo (personalización en masa).

Los sistemas de planificación y control de la producción se pueden clasificar:

- De empuje (*push*):
  - i. la producción se inicia como consecuencia de los pedidos de los clientes
  - ii. su máximo exponente es la técnica asociada a la Planificación de Requerimientos de Materiales (MRP) donde transforma un Plan Maestro de Producción (MPS) en un programa detallado de necesidades de materiales y componentes requeridos para la fabricación de los productos finales utilizando, para ello, las listas de materiales.
  - iii. No integra realmente la planificación de los materiales y la planificación de las capacidades ni se planifica contra capacidad finita, además, no genera planes de producción alternativos en el caso que algunos materiales o componentes no estén disponibles cuando son planificados (cantidades erróneas, calidad inferior, etc.).
  
- De arrastre (*pull*):
  - i. la producción se inicia por la decisión del suministrador de fabricar para *stock*, antes que el cliente exprese su necesidad.
  - ii. su máximo exponente es la técnica asociada al Just in Time (JIT)
  - iii. Los entornos de producción JIT están caracterizados por el trabajo en pequeños lotes y el control de la producción por medio de un sistema de información denominado *Kanban*. Se trata de un sistema de información simple de transmisión de órdenes de pedido, originariamente mediante tarjetas. La complejidad se manifiesta en la puesta en funcionamiento del sistema y en el cálculo del número más adecuado de tarjetas a poner en circulación. El sistema requiere una flexibilidad técnica bastante alta del sistema de producción y un entorno de fabricación repetitivo y relativamente estable, ciertamente no un sistema de fabricación por lotes o fabricación bajo pedido.
  
- La evolución en los años 80 aportó la técnica de la Tecnología de Producción Óptima (OPT), que están basadas en la lógica de la capacidad finita, con un énfasis especial en la gestión de los cuellos de botella. El concepto de cuello de botella se ha generalizado como una “*restricción*”, lo cual incluye las impuestas por el mercado. De hecho, los creadores argumentan que una meta es tener las salidas de la empresa restringidas por el mercado, no por las restricciones sobre las que la empresa tiene más control.
  
- La aportación académica contribuyó con la Planificación Jerárquica de la Producción (HPP). Los modelos jerárquicos para la Planificación de la Producción descomponen el problema global de toma de decisiones en una serie de sub-problemas que corresponden a diferentes niveles de una jerarquía de planes. Estos sub-problemas pueden resolverse en secuencia, de modo que la solución en cada nivel impone restricciones sobre el problema del nivel inferior (enfoque de arriba-abajo).

Las ventajas principales de la HPP son la reducción de la complejidad y la posibilidad de tratar con información incompleta.

La Planificación de Requerimientos de Materiales (MRP) y el Just in Time (JIT) son modelos conceptuales que están orientados a la programación de los materiales mientras que la Planificación Jerárquica de la Producción (HPP) está basada en modelos analíticos de programación matemática, tales como, la programación lineal y los modelos de optimización combinatoria, está orientada a la capacidad, en lugar de a los materiales.

Bien es cierto que ninguno de los modelos aquí presentados es capaz de cubrir la formalización de las incertidumbres del proceso como principal inconveniente del uso de los modelos MRP, JIT, o HPP, y la introducción del cálculo de la lógica borrosa tiene como principal objetivo minimizar el riesgo de dicha incertidumbre en el proceso productivo.

### **3.1 El expertizaje**

La aparición del modelo ABC promovidos por Cooper, R y Kaplan, R [1992] han acelerado la revisión de la contabilidad de gestión tanto en su visión conceptual como metodológica. Ya nos plateaba Johnson, HT y Kaplan, R [1988] que los contables no deberían tener la exclusiva en el diseño de los sistemas de contabilidad, ya que existe un entorno activo entre los ingenieros y los administradores en el diseño de los nuevos procesos de contabilidad de gestión. Estas ilustres aportaciones, al inicio del concepto del expertizaje, donde tratadistas defensores de este evolución como Brimson, JA [1991] apuntan a la necesidad de introducir expertos en el diseño de identificación de la actividad corriente y de la localización de los recursos que corresponden a los mismos, lo que nos lleva a una aportación subjetiva de la actividad productiva, aportando esta visión un punto de vista mucho más cierto de la realidad empresarial.

Trabajos como los de Reig y González [2002] abordan la incertidumbre y la subjetividad en la toma de decisiones en el control de la gestión en general y la aplicación de la lógica borrosa a la sistematización de modelos contables en el control de gestión de materiales en particular. En los trabajos de dichos autores, la inserción de la lógica borrosa se considera como una mejora a la hora de modelizar sistemas contables y de control de gestión pues son modelos que consideran tanto la incertidumbre propia del entorno empresarial como la subjetividad de toda opinión de expertos.

Terceros artículos han explorado las diligencias de la lógica borrosa en el control de materiales y de inventarios donde cabe destacar a Mula, Poler y García-Sabater [2005] en sus trabajos donde aplican el

modelo borroso a la planificación del requerimiento de materiales con restricciones y buscando criterios de optimización, o bien a Tütüncü, Aköz, Apaydin y Petrovic [2008] donde aplican elementos de lógica borrosa al control permanente de inventarios y pedidos.

Se ha probado la eficacia en simulación de costes de inventario usando la metodología propia de la lógica borrosa. En este sentido, destaca el estudio empírico realizado por Kofjac, Kljajic y Rejec [2009].

Los expertos y técnicos de cada empresa encargados de determinar y fijar un estándar técnico o económico están sujetos a determinadas restricciones como puedan ser su percepción o aversión al riesgo. La inclusión de la metodología propia de la lógica borrosa permite una sistematización de esos procesos cognitivos reduciendo el margen de error. En este sentido, cabe destacar la medición en la aversión al riesgo ante variaciones de precios por parte de los consumidores realizada por Hsu y Lin [2006].

Al margen de la aplicabilidad de la lógica borrosa a la determinación de estándares, cabe considerar igualmente la adecuación de esta metodología al proceso de toma de decisiones. En este sentido, los estudios de Beck, Mikut y Jäkel [2004] concluyen que el empleo de la lógica borrosa en los procesos de toma de decisiones permite una reducción del coste total.

La delimitación de centros de responsabilidad implica el análisis del empleo de los recursos y factores de los que dispone la empresa, y por lo tanto, es una función que vela por el buen funcionamiento y la eficiencia productiva del proceso. Dichos centros de responsabilidad alcanzarán diversos órdenes de prelación, pues el estándar es aplicable a multitud de facetas del proceso productivo. Esencialmente, se calcularán estándares en el siguiente orden:

- Estándares relativos a secciones.
- Estándares de factores de producción.
- Estándares técnicos y económicos.

Siguiendo el anterior orden, cuando se detecte una desviación, ésta será identificada con una sección, un factor y se podrá discernir si tal desviación se ha originado en el componente técnico (cantidades) o en el componente económico (precios).

La estimación de las previsiones de costes, de forma usual se fundamenta en dos métodos: la aplicación de modelos de regresión y análisis de series temporales de datos que permitan realizar estimaciones futuras, o bien en la experiencia de los responsables de gestión que efectúan una aproximación intuitiva del coste futuro.

Ambos sistemas tienen una serie de ventajas e inconvenientes. El uso de la lógica borrosa y las técnicas basadas en el expertizaje no son incompatibles con esos sistemas, sino más bien complementario y sinérgicos. En este sentido, la lógica borrosa respeta las ventajas de los dos sistemas usuales y al mismo tiempo, puede subsanar parte de sus defectos.

Para ello, las desviaciones adquieren un papel predominante en la toma de las decisiones empresariales analizando las diferentes magnitudes obtenidas entre los datos estándares o previstos y los datos históricos u obtenidos realmente.

### **3.2 La logística inversa**

Los desperdicios se pueden considerar como los materiales que no se pueden reutilizar de nuevo en el proceso de fabricación sin llevarle a cabo algún tipo de acción sobre él, que pueda llevar un refinado adicional y que no tiene o no puede tener ningún precio de valor en el mercado.

Cabe la posibilidad que se pudiera dar el caso que además la empresa tenga un coste de desecho por el desperdicio, entendiendo por desperdicio el deterioro o defecto de las unidades de materia prima, semiproducidas o terminadas.

Los sistemas de mejora continua llevada a cabo por el proceso Kaizen o benchmarking que ponen su énfasis en el minimizar el impacto del efecto de los desperdicios en la partida del cálculo de los costes industriales.

Un elevado nivel de unidades producidas con deterioro puede ser la causa de no haber alcanzado el nivel de actividad esperado y ser el origen de la infrautilización de los costes fijos del centro de producción, por ello, la implantación de un programa de calidad mejoraría los ratios de productividad y absorbería con eficacia la inversión realizada en el departamento del control de calidad.

Dentro de las nuevas tendencias de control de los desperfectos es la llamada Logística Inversa (en adelante LI), que centra su atención en las actividades de gestión, planificación y control de los flujos de retorno cuyo objetivo final es la recuperación tanto de productos a recuperar con valor añadido como de materiales.

Thierry, M et al. [1995] nos distingue entre las actividades de recuperación las cinco siguientes:

- *Reparación*: devolver a los productos usados su capacidad de correcto funcionamiento.

- *Reacondicionamiento*: dotar a los productos usados de un nivel de calidad específico e incluso actualizarlos tecnológicamente mediante la sustitución de módulos que se han quedado obsoletos.
- *Refabricación*: dotar a los productos usados de estándares de calidad tan rigurosos como los exigidos a los productos nuevos.
- *Canibalización*: recuperar, a partir de productos usados o componentes, una serie limitada de partes reutilizables, que pueden ser usadas en la reparación, reacondicionamiento o refabricación de otros productos o componentes.
- *Reciclado*: recuperar materiales a partir de productos usados o componentes.

#### 4. El cálculo y las desviaciones estándares de la materia prima

El coste estándar de la materia prima anticipa la medida y valoración del consumo de materiales. De esta forma:

$$\text{Estándar de Aprovisionamiento} = \text{precio estándar} * \text{cantidad estándar}$$

Siendo:

EA= coste estándar de la materia prima

$pm^s$  = precio estándar (unidad monetaria / unidad física)

$q^s$  = cantidad estándar (unidad física / unidad de output)

El estándar del material preestablece el precio del material y la cantidad prevista de consumo del mismo para fabricar una unidad de output.

Existen dos enfoques en la valoración de los inventarios permanentes que nos permitirán llevar el cálculo de las desviaciones:

a) A través de inventarios permanentes a precio estándar:

Las desviaciones del precio de compra la establecen en la entrada del inventario, significándonos que la desviación del precio la calcula sobre la base de la materia prima comprada, definiéndose como desviación en precios de compra,

$$\text{Desviación en precios de compra} = q_r(p_s - p_r)$$

$$\text{Desviación en cantidades} = p_s(q_s - q_r^c)$$

b) A través de inventarios permanentes a precio real:

En este enfoque, el cálculo se realiza a la salida del inventario donde nos restará la diferencia del precio previsto con el precio real de los consumos.

$$\text{Desviación económica} = q_r^c(p_s - p_r)$$

$$\text{Desviación técnica} = p_s(q_s - q_r^c)$$

Siendo

$q_r$  = cantidad real comprada

$p_r$  = precio de compra real

$p_s$  = precio estándar

$q_s$  = cantidad de consumo estándar

$q_r^c$  = cantidad real consumida

#### 4.1 Las desviaciones del estándar técnico de las materias primas.

La desviación técnica de la materia prima DMq puede definirse en los siguientes términos:

$$DMq = ((q^s - q^r) pm^s)$$

Siendo:

$pm^s$  = el precio estándar de una unidad física

$q^s$  = la cantidad total estándar prevista

$q^r$  = la cantidad realmente consumida durante el proceso productivo

Si la desviación técnica tiene signo negativo, significa que se ha empleado más material del previsto por cada unidad producida, esto es, han aumentado las mermas de materia prima. Si la desviación es positiva, implica que se ha logrado mejorar el aprovechamiento del consumo de materiales.

En cuanto al parámetro técnico, define la cantidad empleada de material por cada unidad de output producida. En esta previsión se conjuga un componente altamente objetivo con otras perturbaciones difícilmente estimables. El componente objetivo se deberá fundamentar en el estudio técnico mediante procesos de ingeniería que determinen la cantidad exacta de material que se requiere para fabricar el producto terminado.

Al margen de la cantidad objetiva, en todo proceso productivo ocurren mermas extraordinarias que disparan el consumo de material dando consecuentemente desviaciones técnicas negativas. En este caso, las mermas pueden deberse a situaciones completamente atípicas pero también hay factores determinantes que si son previsibles pero no estimables.

Ante una desviación técnica negativa, los responsables de control y gestión de la empresa deberán apuntar hacia dos centros de responsabilidad posibles, producción y almacenaje. Será por lo tanto necesario averiguar si la merma imprevista tiene su origen en una ineficiencia del proceso productivo, o si dicha merma ha sucedido en los centros de almacenado de materia prima.



De idéntica forma a la desviación económica, la correlación entre quien formula el estándar y quien interpreta la desviación subsiguiente y aplica medidas de corrección, esto es, el experto, facilita mucho el proceso de toma de decisiones y la búsqueda de la máxima eficiencia productiva.

#### **4.2 Las desviaciones del estándar económico de las materias primas.**

La previsión del precio futuro de la materia prima deberá considerar el comportamiento a medio y largo plazo de los precios de mercado, Yee Cheng Loon [2011]. Si la evolución de los precios es constante, sin grandes oscilaciones y con comportamientos cíclicos perfectamente definidos, los métodos cuantitativos ofrecerán estimaciones altamente consistentes en el cálculo de los precios futuros. En este supuesto, las técnicas del expertizaje seguirán siendo compatibles, estando fundamentada la opinión de los expertos en esas estimaciones.

Si por el contrario, el precio está sometido a una fuerte volatilidad, o se pueden prever de forma nítida posibles oscilaciones del mercado, las previsiones fundamentadas en series temporales perderán consistencia y fiabilidad. Cambios bruscos de tendencias, como puedan ser pérdidas de mercados o aparición de mercados emergentes que colapsen la demanda de un bien, no podrán ser estimados de otra forma que mediante la opinión fundamentada y razonada de los expertos. En este caso, el uso de la lógica borrosa adquiriría su plena razón de ser.

A continuación se enumeran situaciones hipotéticas, donde no se puede estimar el precio futuro con el uso de técnicas cuantitativas clásicas y donde puede dar lugar el empleo de la lógica borrosa como metodología de estimación:

- Cambios de proveedores, bien sea por desaparición de los antiguos o por colapso de los mismos.
- Bienes sometidos a una fuerte volatilidad de precios. Por ejemplo, bienes que puedan ser de forma indistinta un valor especulativo y una materia prima (el caso del oro) o bienes muy influenciados por la coyuntura macroeconómica (bienes intervenidos, petróleo, etc.)
- Aparición de nuevos consumidores del material que modifiquen la oferta del bien. Esta hipótesis podría surgir a diferentes niveles, aparición de un nuevo nicho de mercado (chips informáticos destinados a telefonía móvil) o la aparición de nuevos consumidores (mercados nacionales emergentes, o nuevos consumidores dentro del mercado nacional).
- Desaparición de productores del bien. Conflictos bélicos latentes o en curso, bloqueos a la importación a la exportación, agotamiento de recursos, pueden modificar la oferta de un bien y por lo tanto su precio.

La anterior enumeración no pretende ser exhaustiva, son sólo ejemplos de situaciones que pueden producir una modificación sobrevenida del precio de un bien. Como puede observarse, algunos casos son fácilmente anticipables por un experto que conozca el mercado objeto de estudio, otros pueden

ser completamente imprevisibles. Los fenómenos más anticipables sin embargo no son cuantificables ni estimables mediante el uso de datos pasados, pues implican un cambio brusco de tendencia. En estos supuestos, la opinión experta será un valioso activo con el que contará la empresa para efectuar previsiones.

La desviación económica o del parámetro precio DMp se puede definir en los siguientes términos:

$$DMp = ((pm^s - pm^r) q^r)$$

Siendo:

$q^r$  = la cantidad realmente consumida durante el proceso productivo

$pm^s$  = el precio estándar de una unidad física

$pm^r$  = el precio real de una unidad física

Si la desviación tiene signo negativo implica que se ha comprado más caro de lo previsto. Si tiene signo positivo, entonces la materia prima ha sido más barata de lo que se había previsto.

En este caso, el centro de responsabilidad que se deriva de la desviación será el departamento de compras. El equipo de expertos que haya realizado la estimación del precio deberá discernir el origen de la desviación, pudiendo deberse está a causas imprevisibles o a un error por parte de los encargados de compras (una mala elección de proveedores, desaprovechamiento de descuentos por cantidades etc.). Tanto una opción como otra, perfilan una determinada acción estratégica de corrección o adaptación.

Como puede observarse, el uso de expertos en el cálculo del precio estándar facilita la adopción de medidas paliativas en caso de desviaciones negativas, pues el mismo experto que formula la previsión es también experto en la interpretación de la desviación y puede proponer acciones estratégicas de corrección.

Estas son algunas situaciones empresariales que pueden ser potencialmente susceptibles de generar mermas extraordinarias pero no son estimables mediante técnicas cuantitativas clásicas:

- Cambios en el proceso de fabricación que impliquen una pérdida de la curva de aprendizaje por parte de los operarios. Procesos como las deslocalizaciones, los cambios tecnológicos o la contratación de mano de obra no cualificada, hacen prever un aumento de las mermas de material.

- Compra de materiales de inferior calidad. Determinados cambios del material pueden modificar la tasa de mermas.
- Obsolescencia de la maquinaria y el equipo. El grado de deterioro de la maquinaria del proceso puede influir en el aumento de las mermas de material.
- Deterioro o deficiencias de los centros de almacenaje. En esos casos, es previsible la pérdida de material por robos, plagas de insectos o roedores, etc.

Los anteriores supuestos, ilustran situaciones donde la merma va más allá del proceso de fabricación, pues su origen es independiente a las características técnicas del mismo. Igualmente, determinadas situaciones son anticipables pero no estimables por métodos cuantitativos, pero si se pueden aproximar mediante la opinión experta.

En algunos supuestos, puede que la opinión experta no de un resultado exacto, pero al mismo tiempo, obviar la posibilidad de mermas extraordinarias y ceñir el estándar al proceso productivo de forma estricta puede dar una desviación mucho más grande.



## Capítulo 5

### El coste estándar de la mano de obra y sus desviaciones

---

1. Introducción
2. El cálculo de mano de obra
  - 2.1 Técnicas de remuneración
  - 2.2 Retribución del coste de la mano de obra
  - 2.3 Asignación e imputación de la mano de obra
  - 2.4 La curva de aprendizaje
3. El cálculo de los estándares de la mano de obra
  - 3.1 La motivación
  - 3.2 La evaluación y verificación del control de gestión
4. El cálculo y las desviaciones de los estándares de la mano de obra
  - 4.1 Las desviaciones del estándar técnico de la mano de obra
  - 4.2 Las desviaciones del estándar económico de la mano de obra



## 1. Introducción

El nivel de productividad de un proceso productivo implica la consideración de una técnica específica y de una organización determinada influyendo ambos criterios de forma concluyente en el nivel de producción alcanzado, para ello se supone que las mediciones de los factores técnicos y de organización se mantienen constantes.

Normalmente se calcula la productividad del trabajo en referencia a un factor patrón con el objetivo de hacer más operativo su cálculo y poder validar así los resultados en comparaciones a través del sistema de benchmarking, es decir, entre otras empresas del sector,

Donde Massé, P [1970] nos aporta diciendo que:

$$\text{Productividad media} = \left( \frac{\text{Producción}}{\text{Ut} \cdot \text{Factor patrón}} \right)$$

Siendo;

Factor patrón = Trabajo en horas

Así pues, si deseamos profundizar en la productividad es necesario obtener la medida del tiempo necesario, donde se trata de conocer no sólo el tiempo total efectivo, sino también el que emplea cada trabajador en cada una de las tareas que se le asignan. Tiene aquí especial importancia el establecimiento de las necesidades de mano de obra a través de la normalización de las actividades de forma que, mediante los estudios sobre los métodos de trabajo y el análisis de tiempos predeterminados, se acceda a precisar las condiciones y tiempos estándar de referencia

Para ello es preciso establecer claramente tres categorías de la medida del tiempo, Fernández Pila, JM [1977], Mallo, Kaplan, Meljem, Gimenez [2000] nos exponen:

- El potencial máximo de producción con el tiempo disponible.
- Producción real obtenida con el tiempo real disponible.
- Y la subactividad del tiempo por causas propias o ajenas.

Donde el nivel de productividad Mallo, Kaplan, Meljem, Gimenez [2000] la medien como:

$$\alpha = \frac{T}{tuP_0}$$

Despejando;

$$T = \alpha \cdot tuP_0$$

A modo de resumen, los factores que nos van a influir en la productividad del trabajador se basarán en la capacidad del rendimiento de éste, su voluntad del rendimiento y las condiciones de la organización global que establezca la dirección de la compañía.

Para ello se ha de tener en cuenta las técnicas de remuneración, retribución del coste de mano de obra, la asignación e imputación del coste laboral así como detectar la curva de aprendizaje.

## 2. El cálculo de la mano de obra

### 2.1 Las técnicas de remuneración:

Deben de aportar, a través de adecuados procesos de motivación, la máxima productividad del trabajo, reduciendo al mínimo posible los niveles de absentismo, alcanzando los siguientes objetivos:

- i. Compensar equitativamente la capacidad de trabajo entre la sección o la unidad productiva, el esfuerzo llevado a cabo de forma individual o colectivamente así como la responsabilidad imputada a cada centro sección o unidad.
- ii. Que la asignación retributiva aporte una mayor productividad sin merma de la calidad de la misma en el establecimiento de un sistema de planificación Kaizen, el programa de mejora continua interna, o benchmarking, el programa de mejora continua externa.
- iii. Que la comprensión de su aplicación sea de fácil entendimiento para encargado de dicha labor.
- iv. Desde el punto de vista de control que su aplicación sea de fácil seguimiento para poder aportar las medidas correctoras ante las desviaciones que se produzcan.
- v. Y por último que sea de fácil aplicación al sistema contable.

Retribución Individual	Retribución colectiva
Sobre los tiempos trabajados	Por la economías de mano de obra
En función de la cantidad producida	Por las economías de aprovisionamientos
Por incentivos	Por el beneficio de la empresa.
Sobre la valoración del puesto de trabajo	Por las economías de los costes generales

Tabla 5: Técnicas de remuneraciones colectivas e individuales

### 2.2 Retribución del coste de mano de obra

En definitiva, la retribución del coste de la mano de obra es la multiplicación del estándar técnico (la eficacia) por el estándar económico (la tasa horaria) asignado al consumo del factor trabajo aportado en el proceso productivo y de forma unitaria incorporado al output.

Para la determinación del coste de la mano de obra se deben tener en cuenta todas las contraprestaciones que un trabajador aporta de forma directa a la actividad realizada, para ello podemos tener en cuenta los



componentes de retribución salarial y los componentes que de forma indirecta nos van a suponer un coste de mano de obra pero que no aportan transferencia directa a la actividad realizada por el trabajador. Marqués, E. [1978].

Para Mallo, Kaplan, Meljem, Gimenez [2000] la distribución de la carga del trabajo se puede clasificar atendiendo por un lado a la naturaleza de los elementos que lo integran y, por otro lado, en función de su asignación al producto final:

Atendiendo a la primera de las clasificaciones tenemos en primer lugar:

- i. Percepciones sujetas a la Cotización de la Seguridad Social
  - a. Salario base
  - b. Permisos y vacaciones
  - c. Complementos salariales
    - i. Personales: Antigüedad, conocimientos especiales,...
    - ii. De puesto del trabajo: Peligrosidad, toxicidad,...
    - iii. De calidad o tiempo de trabajo: Incentivos de asistencia y puntualidad, horas extraordinarias, comisiones,...
  - d. Por rendimiento periódico superior al mes: Pagas extraordinarias, participación en beneficios, gratificaciones voluntarias,...
- ii. Cotizaciones al régimen de la Seguridad Social.
  - a. Cotizaciones generales
  - b. Cotizaciones de accidentes de trabajo y enfermedades profesionales
  - c. Otras cotizaciones

O bien atendiendo a la clasificación en función de su asignación al producto, tenemos:

- i. Mano de obra directa, que se imputa de forma indubitable con un proceso o bien generado por la actividad empresarial.
- ii. Mano de obra indirecta, este input o factor se caracteriza por la necesidad de incorporar una clave de reparto para transferir el coste entre las diferentes secciones o centros de coste.

Robleda, H. [1993] nos aporta una clasificación de la remuneración variable por rendimientos según el siguiente criterio y ejemplo:

Siendo:

$\alpha$  = producción en unidades físicas

$Y$  = retribución por hora de trabajo.

$$a = 1$$

$$\alpha = 2$$

$$b = \frac{1}{2}$$

$$k = \frac{3}{2}$$

I. Sistemas de remuneración en los que la retribución de los trabajadores varían en la misma proporción que el rendimiento:

a. Sistema de tasas uniformes por piezas.  $f^1$

Este sistema es aplicativo tanto de forma individual como colectiva y se establece en función del trabajo realizado directamente por el trabajador. Dicho sistema es únicamente válido cuando el output de producción es uniforme y estandarizado, mediante el control de tiempo por unidad de producción.

$$f^1 \rightarrow \gamma = b\alpha$$

b. Sistema de la norma horaria o trabajo por pieza a la hora.  $f^4$

De igual forma que se establece en el criterio anterior donde al trabajador se le retribuye en función de su rendimiento, se fija además una norma horaria de tiempo para completar su carga de trabajo, retribuyéndole en función del cumplimiento de tiempo destinado.

$$f^1 \rightarrow \gamma = b\alpha$$

$$\gamma = k$$

II. Sistemas en que la retribución de los trabajadores varía en proporción menor que el rendimiento:

a. Sistema Halsey.

Este sistema fija una norma de tiempo para la terminación de una unidad de trabajo o tarea establecida de antemano en base a unos antecedentes históricos de rendimiento, garantizando así al trabajador una retribución mínima aun cuando el rendimiento de éste no alcance el nivel fijado.

b. Sistema Rowan.

Esta aportación garantiza un salario mínimo además de una prima basada en la relación entre economía de tiempo y el tiempo concedido. El incentivo por productividad decrece conforme aumenta el rendimiento. Esta modalidad no aporta motivación a la producción conociéndose de antemano en qué zona de producción se consigue un beneficio sustancial y tiene como objetivo crítico el mantenimiento de la calidad de la producción.

c. Sistema Barth.

A diferencia de los dos anteriores no garantiza la tasa por el tiempo.

d. Sistema Bedaux.

La valoración de la carga laboral queda determinada por una tasa de puntos que generan una prima proporcional a los puntos obtenidos a partir de un cierto estándar.

III. Sistemas en que las retribuciones de los trabajadores varían en una proporción mayor que el rendimiento.

Sistema de tasas progresivas por pieza.  $f^5$

La principal diferencia con los sistemas de retribución anteriores radica en que éste el incremento de las ganancias es mayor por cada aumento de rendimiento.

$$f^5 \rightarrow \gamma = b\alpha$$
$$\gamma = b\alpha + \left( \alpha_1 + \frac{\alpha - \alpha_1}{2} \right)$$

IV. Sistemas en que las retribuciones de los trabajadores varían en proporción diversa en los diferentes niveles de rendimiento.

a. Sistema de Taylor.  $f^2$

La principal característica de esta metodología implica establecer dos estándares o tasa previa por cada unidad de producción, donde para un nivel de producción elevado el asalariado puede obtener importantes retribuciones. Por el contrario el aplicativo de esta metodología presenta la dificultad de establecer una tasa demasiado elevada donde la falta de motivación por alcanzar dicho objetivo puede anular el incentivo buscado en la retribución variable.

$$f^4 \rightarrow \gamma = b\alpha$$
$$\gamma = b\alpha + a$$

b. Sistema diferencial de Gant.  $f^3$

Este aplicativo se diferencia del anterior al establecer que la retribución no es por unidad de producción sino por retribución hora, lo que permite que el incentivo sea más alcanzable.

$$f^5 \rightarrow \gamma = b\alpha$$
$$\gamma = b\alpha + a$$
$$\gamma = b\alpha + \dot{a}$$

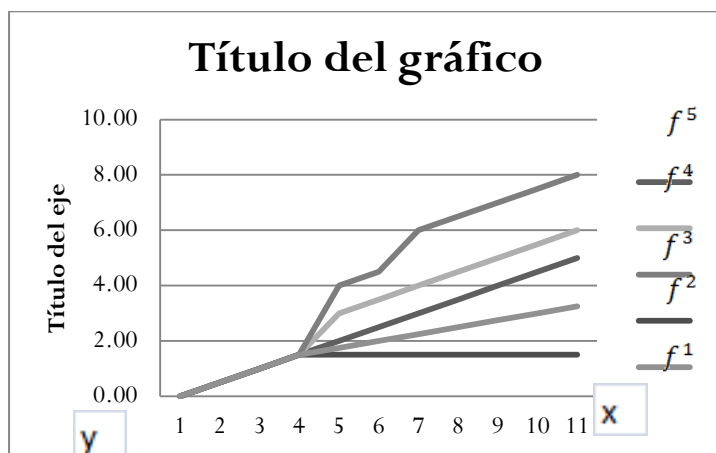
c. Sistema Merrick.

Basado en el sistema de Taylor establece por el contrario dos tramos, hallándose en el primer tramo dos tasas de fácil obtención y un segundo tramo con otra tasa de alto rendimiento.

d. Sistema Emerson y otros similares.

Establece una norma de tiempo para la ejecución del trabajo, y a lo largo del período de pago, se inscribe en un registro el número de horas que cada trabajador ha empleado para terminar la tarea encomendada.

Y generándonos el siguiente gráfico:



	1	2	3	4	5
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
2	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
3	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50
4	2,00	3,00	4,00	1,50	1,75
5	2,50	3,50	4,50	1,50	2,00
6	3,00	4,00	6,00	1,50	2,25
7	3,50	4,50	6,50	1,50	2,50
8	4,00	5,00	7,00	1,50	2,75
9	4,50	5,50	7,50	1,50	3,00
10	5,00	6,00	8,00	1,50	3,25

Siendo: Las 'x' unidades monetarias, las 'y' unidades físicas.

Gráfico 5: Representación gráfica de las variables de remuneración.

Tabla 6: Variables de remuneración establecidas por Robleda, H.

Podemos ver que pone de manifiesto que las mayores productividades se obtienen en el sistema de tasas uniformes por piezas, seguido por los sistemas diferenciales de Gant y de Taylor.

### 2.3 Asignación e imputación del coste de mano de obra

La transferencia del importe de los costes indubitables de mano de obra, tras requerir de la información a los sistemas de control como las hojas de trabajo o las tarjetas de tiempos aportará al producto o sección la imputación del coste directo del factor generando un causa – efecto entre trabajo - producto, mientras que para las cargas de distribución a través de la claves de reparto se deberán establecer a priori una relación con anterioridad, según la importancia del factor de mano de obra en cada una de las fases del proceso productivo, dependiendo mucho de las características propias de cada actividad empresarial.

Cabe destacar la distribución de las cargas laborales generadas de forma directa al producto o bien las cargas laborales que precisarán de cualquier clave de reparto por ser consideradas indirectas teniendo en cuenta la importancia del criterio de imputación del coste a utilizar en el reparto de los costes, ya que mientras el *full Cost* aportará la totalidad de los costes del factor al producto o sección el *direct Cost* tan solo aportará los costes directo de éste, así como el transferir los costes de averías y tiempos improductivos a costes de subactividad.

## 2.4 La curva de aprendizaje

La teoría económica convencional aporta que el coste medio variable y el coste marginal por unidad de producto son funciones cóncavas y descendentes siendo además la curva del coste marginal quien corta la curva del coste medio variable en su punto más bajo.

Así pues la teoría de la curva de aprendizaje busca la reducción porcentual constante en el uso promedio de la mano de obra directa por unidad de producto al duplicarse la producción que se va acumular, tratando de resolver los problemas que plantea el coste de la mano de obra como consecuencia de su aplicación en la aportación de nuevos procesos de producción o con alto grado de especialización, dando lugar a un decrecimiento del factor a medida que los trabajadores se familiarizan con los nuevos procesos o bien adquieren los conocimientos específicos.

La función de aprendizaje puede expresarse matemáticamente en la siguiente ecuación:

$$y = a * x^b$$

Donde:

y = media de las horas de trabajo requeridas para x unidades.

a = número de horas de trajo requeridas para la primera unidad.

x = número de unidades producidas.

b= índice de aprendizaje, que es igual al logaritmo de la tasa de aprendizaje dividido por el logaritmo por el logaritmo de dos.

El coeficiente de aprendizaje más utilizado el de 80 sobre 100, aunque puede oscilar entre 60 y 85, lo que significa que se duplican las cantidades acumulativas el tiempo de producción promedio baja un 20 por ciento.

La información que genera la curva de aprendizaje nunca puede ser establecida a priori del lanzamiento de un nuevo proceso o producto, ya que es la utilización de los datos a posteriori quienes portan la mejora del mismo.

Mallo, Kaplan, Meljem, Gimenez [2000] nos presentan que el número total de horas totales de producción se obtiene integrando la ecuación de los logaritmos como mejora del tiempo y la media del tiempo por unidad, dividiendo la integral por la n unidades producidas, a saber:

$$\log_y \tau = \log a + b \log x$$

Donde;

$$\frac{1}{n} \int_0^n ax^b dx = \frac{a}{n} \left[ \frac{x^{b+1}}{b+1} \right]_0^n = \frac{a}{n} \left[ \frac{n^{b+1}}{b+1} - \frac{0^{b+1}}{b+1} \right] = \frac{1}{n} \left[ \frac{a}{b+1} \right] n^{b+1} = \frac{a}{b+1} n^b$$

El presupuesto y control de los costes de mano de obra precisan establecer los controles a través de dos etapas previas:

- a) La determinación del trabajo a realizar, para lo cual el estudio de tiempos se convierte en un instrumento de normalización de actividades que permite el establecimiento de las normas estándar sobre cantidad de mano de obra.
- b) Y el análisis del tiempo de presencia y el de producción efectiva en el trabajo, para determinar la incidencia del tiempo improductivo, normal, anormal y por absentismo laboral.

Por último, la motivación y la eficiencia del factor humano son dos aspectos íntimamente relacionados que inciden de forma particular sobre los sistemas de incentivos que puede adoptar la empresa. De aquí que, en el ámbito de la Contabilidad de Gestión, esta problemática deba enmarcarse en el diseño de una medida de actuación presupuestaria que asegure que se ha conseguido lo previsto y en la forma que se debía.

### **3. El cálculo de los estándares de la mano de obra**

Para el desarrollo del cálculo de los estándares de los costes laborales que inciden en él es preciso establecer una cronología de pasos previos a la determinación del mismo que serían:

1. Establecer, como primer paso, el estudio previo de la *determinación del trabajo* a realizar necesarios que nos vendrán a determinar cuáles con los estándares en tiempo de producción que precisan los trabajadores para alcanzar la producción normal.

Teniendo como primer objetivo se identifican los costes laborales que son directos y los que precisarán un reparto al ser éstos indirectos como por ejemplo los costes de retribución indirectos imputables a costes de averías y tiempos improductivos teniendo éstos un carácter estimatorio y previsible, mientras que los costes por averías y tiempos improductivos causados por efectos fortuitos se deben de considerar como costes de subactividad.

2. En segundo lugar se deberá proceder a analizar los tiempos de presencia y los de producción efectivo del trabajo con el objetivo primordial de determinar el impacto de los tiempos improductivos, la asignación del tiempo normal y detectar el absentismo laboral generador de un elevado grado de inactividad. Control de tiempos:
  - *Tiempo de presencia (T)*: es el tiempo que el trabajador está en su puesto de trabajo.
  - *Tiempo de trabajo (t)*: se analiza para conocer el tiempo que cada trabajador dedica a cada una de las tareas asignadas. De esta forma, se podrá determinar el tiempo total efectivo.
  - *Tiempos muertos (T - t)*: este tipo de tiempos está ligado a dos causas fundamentales:

- i. *Causas endógenas*: relacionadas con factores vinculados al proceso de producción (reparaciones, averías, mantenimiento, etc.). Aun así, sigue devengándose el coste de la mano de obra. Este coste se suele considerar directo.
- ii. *Causas exógenas*: por factores ajenos al ciclo de explotación (huelgas, roturas de stocks, etc.). En este caso, deben de considerarse como costes indirectos de producción y no imputarse como coste del producto, sino considerarlos como costes del ejercicio.

El absentismo laboral (AL) es un fenómeno sociológico directamente vinculado a la actitud del individuo y de la sociedad ante el trabajo, por ello, el absentismo laboral no puede dársele un tratamiento único y exclusivamente coercitivo, sino que fundamentalmente donde ha de operarse es en su raíz, en el propio ambiente de cada centro de trabajo.

El absentismo laboral no es sino el incumplimiento por parte del trabajador de la jornada laboral, bien por retrasar su incorporación o adelantar su salida diaria, bien por no acudir al trabajo en una jornada completa o en varias. Pero no todos estos incumplimientos tienen el mismo tratamiento legal.

Con relación a la cuantificación del absentismo, la OIT lo define como el cociente entre el tiempo de ausencia y el tiempo teórico de presencia (considerando tanto los días festivos como las vacaciones).

$$AL_t = \frac{\text{Tiempo de ausencia}}{\text{Tiempo teórico de presencia}} \times 100$$

Pudiéndose clasificar como:

a) Absentismo legal o involuntario: se caracteriza por ser un coste para la empresa porque el trabajador, en tales circunstancias, sigue percibiendo su remuneración. Es lo que se podría denominar absentismo retribuido y comprende los siguientes apartados:

- a) Enfermedad Normal
- b) Accidente Laboral
- c) Licencias Legales
- d) Maternidad y Adopción de menores de 5 años
- e) Profesional
- f) Otros

$$AL_t = \frac{\Sigma \text{ horas (enfermedad + accidentes + licencias + maternidad+. )}}{\text{Tiempo teórico de presencia}} \times 100$$

b) Absentismo personal o voluntario: se caracteriza por ser un coste de oportunidad para la empresa porque el trabajador, en tales circunstancias, no sigue percibiendo su remuneración. Es lo que se podría denominar absentismo no retribuido y comprende los siguientes apartados:

- a) Permisos Particulares
- b) Ausencias no autorizadas
- c) Conflictos Laborales

$$AL_t = \frac{\Sigma \text{ horas de (permisos + ausencias + conflictos)}}{\text{Tiempo teórico de presencia}} \times 100$$

3. Productividad y rendimiento de la mano de obra es el segundo elemento determinante en la adopción del cálculo estándar de la mano de obra y el tercer apartado en la determinación del mismo.

El rendimiento de un proceso económico se entiende como la cantidad de productos que se obtienen en un determinado tiempo de transformación (visión absoluta). Si comparamos el rendimiento potencial con el realmente alcanzado, podemos definir el grado de eficiencia técnica del proceso; para lo cual será necesario establecer una base homogénea para la unidad de tiempo.

Este concepto de rendimiento, en términos absolutos, se encuentra ligado a la tasa de rendimiento o productividad media de los factores, que se define como la comparación entre la cantidad producida y los factores empleados, es decir:

$$\text{Productividad media} = \frac{\text{Salidas}}{\text{Entradas}} = \frac{\text{Producción}}{\text{Factores}}$$

En el tema que nos ocupa de la mano de obra, la productividad media sería:

$$\text{Productividad media} = \frac{\text{Producción}}{\text{Horas de mano de obra}}$$

La figura del expertizaje adquiere mayor importancia al tener que estimar la detección y distribución de los costes indirectos detectados en el caso de no poder establecer tiempos estándares a falta de una normalización de las actividades y su homogeneidad en los servicios prestados o productos elaborados.



### 3.1 La motivación

Para evaluar el impacto que pudiera tener en una organización un sistema de incentivos, debemos revisar el impacto que tiene el ahorro de tiempo en la producción de un determinado volumen, Di Stefano, V [2003].

La búsqueda de tiempo libre y la reducción de la jornada laboral es una tendencia de todos los países desarrollados, y tiene que ver con múltiples factores; falta de trabajo, fomento del turismo, mejora de la calidad de vida, redistribución del ingreso ante mejoras en la productividad global, etc. Si entendemos que además es una herramienta para la reducción de costes, de los empresarios y de los empleados; y que optimiza o puede optimizar el funcionamiento de las grandes ciudades, puede transformarse en un elemento diferenciador de una empresa, una sociedad o un país.

Una nueva visión en la actualidad es que las organizaciones observen a su personal como una fuente fundamental de competitividad, por considerarse al factor humano como el activo más importante de la misma; procurar conseguir y contar en todo momento con el personal más calificado, motivado y competitivo posible. Pero a pesar de los esfuerzos, existe aún un alto grado de insatisfacción de los trabajadores con los beneficios que propician las organizaciones tras la búsqueda de esa motivación, pues no abordan el tema de una forma integral y coherente y mucho menos con un enfoque sistémico, lo cual tiene una lógica repercusión en la eficacia organizacional.

La palabra “motivación” es utilizada normalmente para designar una especie de entusiasmo que nos empuja a dar lo mejor de nosotros mismos en pos de un objetivo; ahora bien: ¿Qué es y de que depende la motivación?

Comencemos por decir que “motivo” y “emoción” tienen la misma raíz latina: ‘*Motere*’, que significa mover. Motivo, es lo que se desea, lo que nos impulsa a actuar, y ‘*emoción*’, significa mover hacia fuera, manifestar ese deseo e intentar satisfacerlo. *Motivación = Motivo + Emoción*, de modo que estamos transitando el campo de los sentimientos, los que son el balance de las interacciones entre nuestras necesidades y la realidad.

La motivación por el trabajo es la manifestación activa de las necesidades del trabajador, la satisfacción, por tanto, tiene que ver con el bienestar que se experimenta cuando son satisfechas las necesidades y la motivación al impulso y esfuerzo para hacerlo; y no necesariamente tiene que existir una relación positiva entre motivación y satisfacción, un individuo muy motivado puede estar insatisfecho y viceversa; lo que sí parece quedar claro es que en todos los casos el nivel de satisfacción puede y de hecho conduce a la acción y por tanto afecta el comportamiento y los resultados.

La resolución de los problemas de motivación en las organizaciones requiere así una adaptación de las estructuras, a las necesidades de sus miembros. ¿Cuáles son esas necesidades?

En este tema, el de descubrir cuáles son las necesidades de las personas, son varios los autores que han contribuido. Se han generado diversas escuelas, casi todas ellas vinculadas a la psicología, aportando opiniones basadas en estudios del individuo o de grupos de individuos.

Como expresábamos al principio, aquí también vamos a encontrarnos con generalizaciones; pero fueron, son y seguramente serán de utilidad en el futuro; además de ser funcionales a esta contribución.

Maslow, A.H. [1954] fue el primero en afirmar que los seres humanos tienen necesidades psicológicas; de creatividad, de propósitos a largo plazo, de valores, de bondad, etc. Afirmando que poseen una “jerarquía de necesidades” que van desde el alimento y la seguridad, al sexo y la autoestima, y hasta la autorrealización.

Según Maslow AH, las necesidades pueden agruparse en categorías diferentes formando cinco niveles:

- *Necesidades fisiológicas*: Son la primera prioridad del individuo y se encuentran relacionadas con su supervivencia.
- *Necesidades de seguridad*: Se busca la creación y mantenimiento de un estado de orden y seguridad.
- *Necesidades sociales*: Se busca cubrir las necesidades sociales. Estas tienen relación con la necesidad de compañía del ser humano, con su aspecto afectivo y su participación social.
- *Necesidades de autoestima*: Este grupo radica en la necesidad de toda persona de sentirse apreciado, tener prestigio y destacarse dentro de un grupo social.
- *Necesidades de auto realización*: También conocidas como de perfección o auto actualización, que se convierten en el ideal para cada individuo. En este nivel el ser humano requiere trascender, dejar huella, realizar su propia obra, desarrollar su talento al máximo.

“La teoría de los dos tipos de factores”, propuesta por Herzberg, F. [1966] teoría que postula la existencia de dos tipos de factores capaces de producir distintas reacciones en los individuos que se encuentran en situación laboral. Estos factores se pueden agrupar en dos bloques:

- *Factores Higiénicos*: previenen contra la insatisfacción pero no la producen. Son extrínsecos al trabajo.
- *Factores Motivadores*: crean satisfacción, pero no producen insatisfacción si no se cumplen. Intrínsecos al trabajo.

#### 4. El cálculo y las desviaciones de los estándares de la mano de obra

A diferencia de la materia prima, el coste de la mano de obra no inventariable pero al ser un coste variable las desviaciones tienen las mismas consideraciones y estudio.

Como ya hemos determinado para el cálculo de la mano de obra se tienen dos componentes, por un lado el estándar técnico que nos cuantifica y determina el número de horas, y por tanto nos mide el trabajo en factor tiempo de empleo, y por otro lado el estándar económico que nos cuantifica y determina el coste unitario de una hora del factor trabajo.

Para ello se deben determinar cuáles son los estándares, disponiendo de tres tipos:

1. El coste estándar básico o constante: es el que no va a proporcionar la base para comparar los costes reales a lo largo del tiempo.
2. El coste estándar ideal: nos supone el coste mínimo posible en las mejores condiciones de realización de una actividad.
3. El coste estándar realizable u objetivo: de difícil consecución porque su objetivo es superior al ideal.

##### 4.1 Las desviaciones del estándar técnico de la mano de obra

La desviación técnica de la mano de obra puede definirse en los siguientes términos:

$$DHq = ((h^s - h^r) ph^s$$

Siendo

$$h^s = P^r * h_i^s$$

Donde

$$DHq = ((P^r h_i^s - h^r) ph^s$$

Siendo:

$ph^s$  = el precio estándar de una hora de trabajo

$h^s$  = las hora totales estándares previstas

$h^r$  = las horas realmente consumida durante el proceso productivo

$P^r$  = Producción real del período

$h_i^s$  = Horas estándares de mano de obra referidas a la producción real.

Si la desviación técnica tiene signo negativo, significa que se ha empleado más horas de lo previsto por cada unidad producida. Si la desviación es positiva, implica que se ha logrado mejorar el empleo de horas trabajadas por unidad producida.

En cuanto al parámetro técnico, define la cantidad empleada de material por cada unidad de output producida. En esta previsión se conjuga un componente altamente objetivo con otras perturbaciones difícilmente estimables. El componente objetivo se deberá fundamentar en el estudio técnico mediante procesos de ingeniería que determinen la cantidad exacta de horas que se requiere para fabricar el producto terminado.

Al margen de las horas objetivo, en todo proceso productivo ocurren mermas extraordinarias que disparan el incremento de horas dando consecuentemente desviaciones técnicas negativas. En este caso, las diferencias pueden deberse a situaciones completamente atípicas pero también hay factores determinantes que si son previsibles pero no estimables.

Ante una desviación técnica negativa, serán los responsables de control y gestión de la empresa deberán quienes deberán averiguar si la diferencia imprevista tiene su origen en una ineficiencia del proceso productivo.

De idéntica forma a la desviación económica, la correlación entre quien formula el estándar y quien interpreta la desviación subsiguiente y aplica medidas de corrección, esto es, el experto, facilita mucho el proceso de toma de decisiones y la búsqueda de la máxima eficiencia productiva.

#### **4.2 Las desviaciones del estándar económico de la mano de obra**

La previsión del precio futuro del coste de una hora del factor trabajo deberá considerar el comportamiento a medio y largo plazo de los precios de mercado laboral. Si la evolución de los precios es constante, sin grandes oscilaciones y con comportamientos cíclicos perfectamente definidos, los métodos cuantitativos ofrecerán estimaciones altamente consistentes de los precios futuros. En este supuesto, las técnicas del expertizaje seguirán siendo compatibles, estando fundamentada la opinión de los expertos en esas estimaciones.

La desviación económica o del parámetro precio se puede definir en los siguientes términos:

$$DHp = ((ph^s - ph^r) h^r)$$

Siendo:

$h^r$  = las horas realmente consumida durante el proceso productivo

$ph^s$  = el precio estándar de una hora de trabajo

$ph^r$  = el precio real de una hora de trabajo

Si la desviación tiene signo negativo implica que la hora de trabajo ha costado más caro de lo previsto. Si tiene signo positivo, entonces el precio hora del factor trabajo ha sido más barato de lo que se había previsto. En este caso, el centro de responsabilidad que se deriva de la desviación será el departamento de recursos humanos. El equipo de expertos que haya realizado la estimación del precio deberá discernir el origen de la desviación, pudiendo deberse está a causas imprevisibles. Tanto una opción como otra, perfilan una determinada acción estratégica de corrección o adaptación.

Como puede observarse, el uso de expertos en el cálculo del precio estándar facilita la adopción de medidas paliativas en caso de desviaciones negativas, pues el mismo experto que formula la previsión es también experto en la interpretación de la desviación y puede proponer acciones estratégicas de corrección.



## Capítulo 6

### El coste estándar de los costes generales de transformación

---

1. Introducción
2. La clasificación de los costes generales de transformación vinculados a la producción
3. La actuación de los costes fijos frente al nivel de actividad
4. Distribución de los costes generales de transformación de las secciones principales
5. Distribución de los costes generales de transformación de las secciones auxiliares
6. Desviaciones de los costes generales de transformación (Ggf)
  - 6.1 Desviaciones de costes de transformación (Ggf) bajo el modelo presupuestos rígidos
  - 6.2 Desviaciones de costes de transformación (Ggf) bajo el modelo presupuestos flexibles
7. Desviaciones bajo el modelo de presupuesto flexible: un modelo alternativo





## 1. Introducción

Tras la visión de la planificación de los costes de aprovisionamiento y los de mano de obra como costes directos al output nos lleva, ahora, a planificar el resto de los costes de transformación.

Debemos establecer primero la diferencia entre los costes indirectos, aquellos que no se pueden asignar a un proceso, servicio u output de forma indubitable entre los que son asignados a la producción de forma directa y sin ninguna clave de reparto.

Van a entenderse como claramente vinculados a la producción todos aquellos que son necesarios, tanto de forma cuantitativa como cualitativa y que incurran en el sostenimiento del producto, tales como: energía, repuestos, amortizaciones y depreciaciones, calidad, diseño, logística de producción, etc. y que cada vez están adquiriendo mayor peso específico en la constitución del coste del producto.

## 2. La clasificación de los costes generales de transformación vinculados a la producción.

Los costes generales son considerados como costes independientes a los costes indirectos al producto, pero que incluyen el resto de los factores de la empresa, como los comerciales, administración, o bien financieros.

Aun pudiéndose catalogar de otras muchas maneras, estableceremos una clasificación de los mismos atendiendo a los criterios de:

- Naturaleza: donde se pone de manifiesto la causa de su aparición.
  - De materiales. Aquellos aprovisionamientos y consumos de materiales que han sido necesarios en el proceso de producción que bien por la imposibilidad de su aplicación directa al proceso, sección u output o bien por su elevado coste de detección hacen imposible su imputación directa.
  - De personal: Aquellas cargas en el factor de trabajo que han tenido dificultad en identificar directamente en la carga del coste sobre el producto (supervisión, mantenimiento, inspección,...). Algunos tratadistas incorporan los costes de improductividad (por interrupción del proceso productivo, concesiones a trabajadores, recuperación de la producción defectuosa u operaciones sustitutivas entre otras), no se subactividad, como un coste de *mano de obra indirecta*.
  - De transformación: Aquellos que no están incluidas en las clasificaciones anteriores y han sido necesarios en la transformación, como:
    1. Los de mantenimiento

2. Los energéticos
  3. Los de servicios o centros auxiliares
  4. Los generales de naturaleza fija (amortización)
  5. Varios
- Función: donde se pone de manifiesto la causa de su funcionalidad
    - De aprovisionamiento, de fabricación, de investigación y desarrollo, de marketing y ventas, de distribución y de administración
  - Variabilidad: se pone de manifiesto la causa del nivel de productividad, donde las variaciones del nivel de actividad indefectiblemente van a provocar variaciones en la cifra de los costes y por lo tanto existe una relación directa entre el volumen de costes y la unidad de negocio, donde la unidad de negocio debe ser fácilmente medible y cuantificable.
    - Fijos, esta categoría de costes no va a tener ninguna relación directa con el nivel de actividad de la empresa además de ser la que va a comportar más conflictividad a la hora de imputar su valor al producto. Bien pueden establecerse como:
      - 1) Costes fijos en estado parado: aquellos costes incurridos incluso con actividad nula.
      - 2) Costes fijos de preparación: son aquellos costes necesarios para obtener la primera unidad de producción.

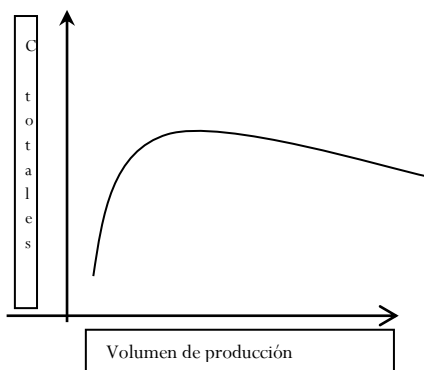


Gráfico 6: Costes totales fijos de preparación

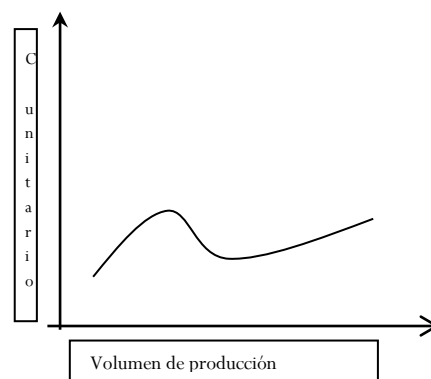


Gráfico 7: Costes unitarios fijos de preparación

- 3) Costes fijos comprometidos. La amortización constituye el ejemplo más claro de este apartado.
- 4) Costes fijos de operaciones. Los necesarios en mantener los activos del proceso productivo.
- 5) Costes fijos programados. Los que comportan una mejora en la calidad del producto.

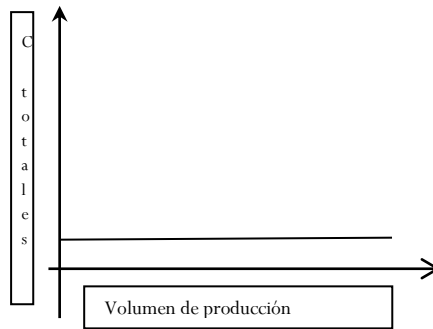


Gráfico 8: Costes totales fijos programados

- Semifijos Son variables para distintos tramos de actividad permaneciendo constantes hasta cierto punto y, a medida que aumenta o disminuye en volumen de producción luego vuelven otra vez a ser constantes, y así sucesivamente.

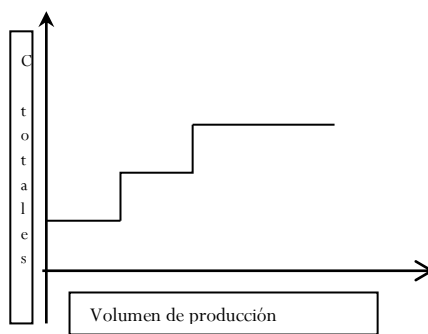


Gráfico 9: Costes totales semifijos

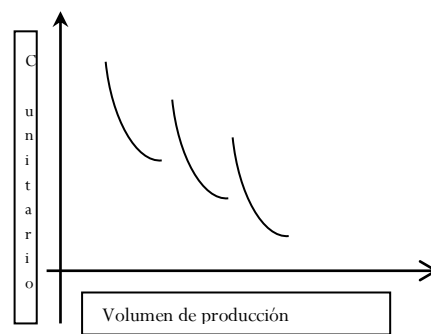


Gráfico 10: Costes unitarios semifijos

- Semivariables, aquellos que tienen un componente fijo y variable a la vez.
- Variables. Aumentan o disminuyen de forma directa en función del nivel de producción. Son variables aquellos costes de la empresa para los que existe una correlación directa entre su importe y el volumen al que se refieren. Pueden distinguirse tres modalidades de costes variables:

- Costes proporcionales: Varían en proporción a la cantidad producida.

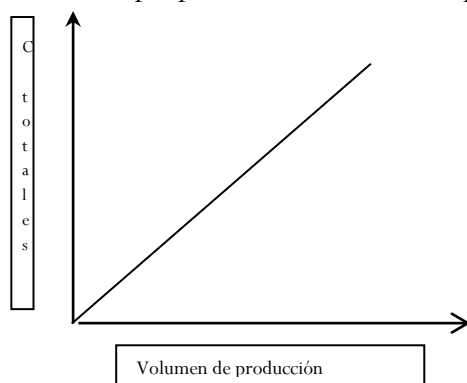


Gráfico 11: Costes totales proporcionales

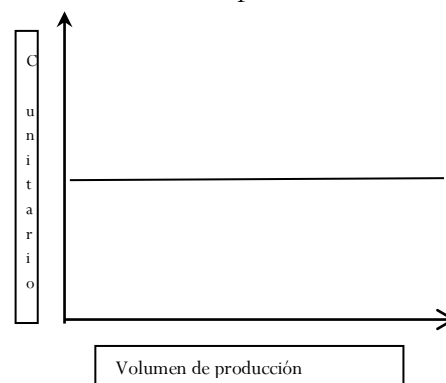


Gráfico 12: Costes unitarios proporcionales

➤ Costes progresivos: se incrementan más que proporcionalmente al volumen de producción.

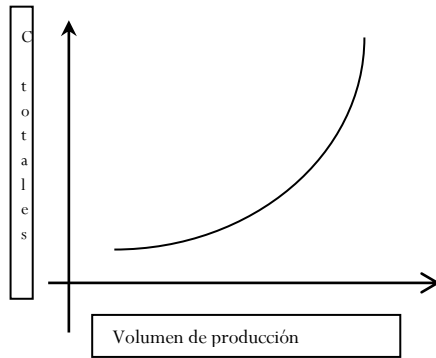


Gráfico 13: Costes totales progresivos

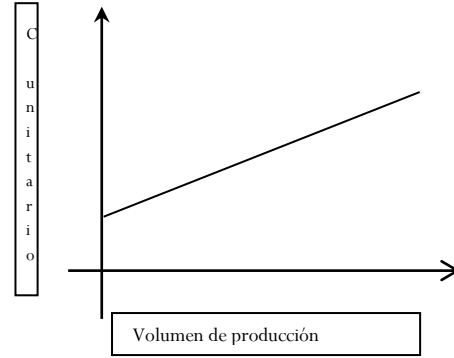


Gráfico 14: Costes unitarios progresivos

➤ Costes degresivos: Se incrementan menos que proporcionalmente al volumen de producción.

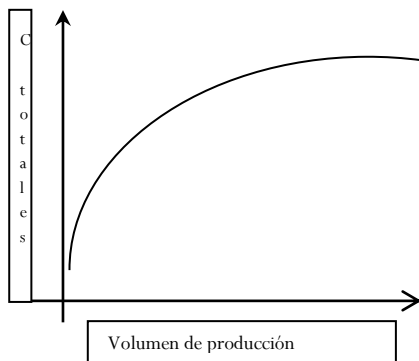


Gráfico 15: Costes totales degresivos

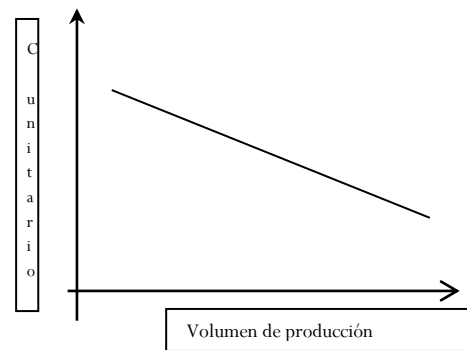


Gráfico 16: Costes unitarios degresivos

La problemática del cálculo de costes se puede sintetizar en las siguientes cinco fases: captación, clasificación, localización, imputación y cálculo de márgenes y resultados.

- En la fase de captación se identifican los costes externos y costes internos que se ponen a disposición de la empresa para desarrollar su actividad funcional.
- En la fase de clasificación se ordenan los costes de forma que se facilite su imputación a los centros operativos de la empresa.
- En la fase de localización se determinan los costes de los centros a través del reparto primario y secundario de los costes. Los centros de costes se configuran como un instrumento esencial para el control de las funciones realizadas por la empresa.
- En la fase de imputación se formaliza el coste de los productos y trabajos realizados por la empresa
- Por último, calcularemos los márgenes y resultados que determinan el resultado en sentido económico,

La escuela alemana como máximo representante del monismo expone a través de su mayor representante Schneider, E [1937] donde el centro del análisis de costes son las secciones orgánicas, que enlazadas con los otros dos pilares de este modelo, el plan y el resultado, configuran un círculo, donde el presupuesto global de la empresa a largo plazo (plan) se nutre de la información del resultado anterior y prevé el coste de las secciones, en definitiva, la aportación de centro de responsabilidad que controla la cantidad y coste de los recursos consumidos.

Para ello un centro de coste debe tener las características de:

- Homogeneidad: disponer de los factores de carácter económico propio, tanto en la composición como en la actividad del centro.
- La posibilidad de atribución total e inequívoca de todos los conceptos de costes que corresponden a cada uno de ellos.
- Responsabilidad del coste emanado del centro.

Los centros de coste se pueden clasificar entre:

- i. Principales: donde el coste de un departamento suele asignarse al producto porque contribuye de forma directa a su obtención.
- ii. Auxiliar: son aquellos centros de coste que prestan apoyo de forma auxiliar a la producción de los centros principales.

### **3. La actuación de los costes fijos frente al nivel de actividad**

Como exponen los tratadistas Rocafort, A. [2008] en la fase de cálculo de costes correspondiente a la localización tiene lugar el *reparto* de los costes a los centros, tanto principales como auxiliares. A esta primera distribución de costes se la denomina *reparto primario*.

Primero se debe tener en cuenta el concepto de *imputación racional* que nos calcula *los costes de subactividad* que se producen ante el desaprovechamiento de la capacidad productiva de la empresa, llevando los costes fijos de transformación no utilizados al resultado del período.

$$\text{Subactividad} = \left( \frac{\text{Actividad real}}{\text{Actividad normal}} - 1 \right) \%$$

### **4. Distribución de los costes generales de transformación de las secciones principales**

Horngren. [2007] nos aporta cuatro modelos de distribución de los costes industriales a través de las siguientes categorías:

- Método de ingeniería industrial: también llamado método de medición del trabajo, estima una función de costes cuando existe una relación física entre los insumos utilizados y los productos obtenidos en términos físicos, aunque es de difícil aplicación para el aplicativos de los costes de investigación, desarrollo y publicidad al ser muy costosa la obtención de la relación entre insumos y productos.
- Método de consenso: estima las funciones de costes sobre la base de los análisis y las opiniones acerca de los costes y de sus causantes recopilados en los diversos departamentos de una compañía, estimulando así la cooperación entre los departamentos.
- Método de análisis de cuentas: estima las funciones de los costes clasificándolos en varias cuentas de costes variables, mixtas o fijas con respecto al nivel de actividad identificado, exponiéndolo con mayor intensidad cualitativamente.
- Método de análisis cuantitativo: es un método formal para ajustar las funciones de costes a observaciones de datos históricos. Nos va a requerir los siguientes pasos:
  - 1) Elegir la variable dependiente: es decir el coste que se debe pronosticar.
  - 2) Identificar la variable independiente: determinar el nivel de actividad o causante del coste como factor que se usa para predecir la variable dependiente, debiendo tener una relación económicamente plausible.
  - 3) Recopilar datos sobre la variable dependiente y causante del coste: obtención de los datos a través de los sucesivos períodos presupuestados pasados.
  - 4) Presentación de forma gráfico: expresión gráfico de la relación entre el causante del coste y la variable dependiente.
  - 5) Estimar la función del coste a través del:
    - a. Método de máximo-mínimo: donde usa únicamente los valores observados más altos o más bajos de la causante del coste dentro de un rango relevante y sus costes respectivos. La función del coste se estima usando estos dos puntos para calcular el coeficiente de la pendiente y la constante.
    - b. Método de regresión lineal: en este método se usan todos los datos disponibles para estimar la función de los costes. Es un método estadístico que mide el promedio del cambio en la variable dependiente asociado con un cambio unitario en una o más variables independientes. A través del método de regresión simple donde estima la relación entre una variable dependiente y una variable independiente, o bien, a través del método de regresión

*múltiple* donde se estima la relación entre una variable dependiente y dos o más variables independientes Christopher F. Parmeter, et al. [2014].

## 5. Distribución de los costes generales de transformación de las secciones auxiliares

La repartición de los costes de los departamentos auxiliares o llamado reparto secundario es un proceso de estimación de costes indirectos espacialmente complejo al no estar vinculados directamente en la producción del output, Rayburn, L.G. [1987].

Existiendo varios métodos por lo que se pueden llevar a cabo:

- A través del *método directo* donde los costes generales de los departamentos auxiliares son distribuidos únicamente en función del porcentaje de la carga de producción soportada por las secciones principales sobre el total de producción, distribuida entre fijos y variables. Este método no tiene en cuenta la distribución de los costes de los departamentos de cualquier auxiliar de manipulación de materiales prestado por otros departamentos o secciones auxiliares, no influyendo para nada el orden de distribución de los costes de cada una de las secciones auxiliares.

	SA1	SA2	SP1	SP2
Total costes fijos	$CF_{SA_1}$	$CF_{SA_2}$	$CF_{SP_1}$	$CF_{SP_2}$
Total costes variables	$CV_{SA_1}$	$CV_{SA_2}$	$CV_{SA_1}$	$CV_{SA_2}$
	$-CF_{SA_1}$		$CF_{SA_1} * \frac{UP_1}{UTP}$	$CF_{SA_1} * \frac{UP_2}{UTP}$
		$-CV_{SA_2}$	$CV_{SA_2} * \frac{UP_1}{UTP}$	$CV_{SA_2} * \frac{UP_2}{UTP}$

Tabla 7: Tabla de reparto secundario a través del modelo directo

Siendo

$$SA1 = \sum (CF_{SA_1} + CV_{SA_1} - CF_{SA_1} - CV_{SA_1}) = 0$$

$$SA2 = \sum (CF_{SA_2} + CV_{SA_2} - CF_{SA_2} - CV_{SA_2}) = 0$$

$$SP1 = \sum [CF_{SP_1} + CV_{SA_1} + (CF_{SA_1} * \frac{UP_1}{UTP}) + (CF_{SA_2} * \frac{UP_1}{UTP}) + (CV_{SA_1} * \frac{UP_1}{UTP}) + (CV_{SA_2} * \frac{UP_1}{UTP})]$$

$$SP2 = \sum [CF_{SP_2} + CV_{SA_2} + (CF_{SA_1} * \frac{UP_2}{UTP}) + (CF_{SA_2} * \frac{UP_2}{UTP}) + (CV_{SA_1} * \frac{UP_2}{UTP}) + (CV_{SA_2} * \frac{UP_2}{UTP})]$$

Donde:

$CF_{SA_1}$  = Costes fijos de la sección auxiliar 1

$CF_{SA_2}$  = Costes fijos de la sección auxiliar 2

$CV_{SA_1}$  = Costes variables de la sección auxiliar 1

$CV_{SA_2}$  = Costes variables de la sección auxiliar 2

$CF_{SP_1}$  = Costes fijos de la sección principal 1

$CF_{SP_2}$  = Costes fijos de la sección principal 2

$CV_{SP_1}$  = Costes variables de la sección principal 1

$CV_{SP_2}$  = Costes variables de la sección principal 2

$UP_1$  = Unidades producidas por la sección principal 1

$UP_2$  = Unidades producidas por la sección principal 2

$UTP$  = Unidades torales producidas

- A través del *método escalonado* donde se debe detallar los costes de todos los departamentos auxiliares a las secciones principales, se distribuyen en primer lugar los costes de la sección auxiliar que preste servicios al mayor número de departamentos principales, después del segundo y así sucesivamente. Por último la sección auxiliar cuyos costes se deben distribuir es el que sirve a un menor número de secciones principales. De forma habitual es preferible el método escalonado al método directo dado que el primero tiene en cuenta los beneficios prestados por una sección auxiliar a los demás, sin embargo, no es capaz de reconocer prestaciones recíprocas.
- O bien a través del *método de álgebra lineal o de recíproco*. Cabe la posibilidad de que los centros auxiliares, además de prestar servicios a los principales, se presten servicios de ayuda entre ellos mismos; incluso puede suceder también que se presten esos servicios de forma recíproca y simultánea. Se estará, entonces, ante una *prestación de servicios recíprocos*.

$$\sum_{i=0}^n (CT_{\mu}) = \pi + \varphi \sum_{i=0}^n (CT_{\rho})$$

Y

$$\sum_{i=0}^n (CT_{\rho}) = \sigma + \omega \sum_{i=0}^n (CT_{\mu})$$

Siendo:

$\sum_{i=0}^n (CT_{\rho})$  = El coste total de la sección auxiliar primaria

$\sum_{i=0}^n (CT_{\mu})$  = El coste total de la sección secundaria

$\pi$  = El coste secundario de la sección auxiliar primaria

$\sigma$  = El coste primario de la sección auxiliar secundaria

$\varphi$  = El tanto por ciento que la sección secundaria ha destinado a la sección primaria



$\omega =$  El tanto por ciento que la sección primaria ha destinado a la sección secundaria

Una vez se ha realizado el reparto primario de costes, localizando todos ellos en los centros principales y auxiliares, se procederá a repartir el coste de los centros auxiliares a los centros principales en función de la utilización efectiva que cada uno de ellos haya realizado de los mismos. A esta operación de distribución de costes se la denomina *reparto secundario o subreparto*.

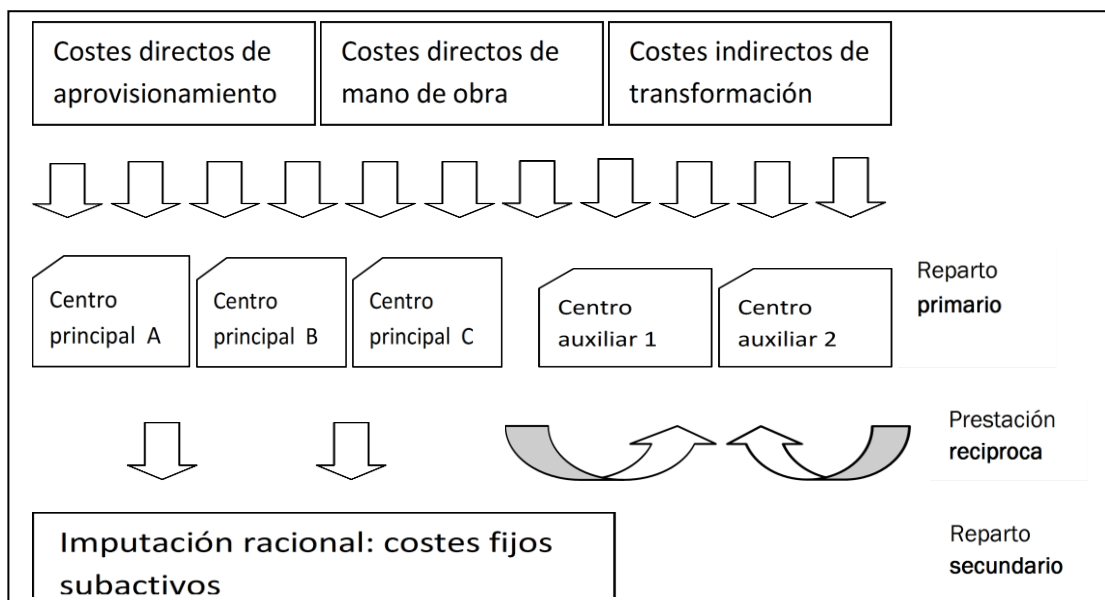


Tabla 8: Secuencia del reparto primario y secundario

Claves de reparto en el reparto primario:

Conceptos de costes	Claves de reparto
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Depreciación y seguros del edificio.</li> <li>• Alquiler de la fábrica.</li> <li>• Limpieza y conservación del edificio.</li> </ul>	Áreas de superficie
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sueldos y salarios.</li> <li>• Seguridad social a cargo de la empresa</li> <li>• Otros costes sociales</li> </ul>	Tiempo trabajado por la mano de obra directa
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Contribución urbana.</li> <li>• Alumbrado.</li> <li>• Calefacción.</li> </ul>	Volumen
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Luz</li> <li>• Fuerza motriz</li> </ul>	Potencia instalada
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reparaciones y conservación.</li> <li>• Primas de seguros</li> <li>• Amortizaciones</li> </ul>	Inversión en maquinaria

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prestaciones sociales</li> <li>• Comedores</li> <li>• Supervisión</li> </ul>	Número de empleados
---	---------------------

Tabla 9: Claves de reparto de en el reparto secundario.

La dificultad de proceder al reparto de los costes de los departamentos auxiliares a las secciones principales, una vez preestablecidos los repartos de costes entre las secciones auxiliares, (*prestaciones recíprocas*) en algunas situaciones se procede a la *clave de reparto dual*.

El reparto dual aporta que los costes fijos de las secciones auxiliares se distribuyan de forma proporcional a la capacidad relativa que tienen los otros departamentos principales, mientras que los costes variables de las secciones auxiliares van a ser distribuidos proporcionalmente a los importes de los servicios actualmente consumidos por las secciones principales.

La aportación de esta clave de reparto consiste en evitar posibles arbitrariedades en lo que puede incurrirse por el proceso de reparto, así como proporcionar datos más útiles con fines de planificación y control de los costes de las secciones principales.

El objetivo principal es encontrar una clave de reparto que establezca la relación causal entre las secciones auxiliares y su prestación de servicio con las secciones principales por el servicio recibido.

Un tercer criterio de clasificación del reparto secundario se puede dividir en:

- a) *Método de redistribución directa*. La totalidad de los costes de las secciones auxiliares se distribuyen solo entre las secciones de producción. Debiéndose emplear:
  - a. Cuando las prestaciones de las secciones auxiliares sólo han beneficiado a las secciones de producción.
  - b. Cuando prevalece un criterio de economicidad.
  
- b) *Método de redistribución indirecta*. La totalidad de los costes de las secciones auxiliares se distribuyen tanto entre las secciones de producción como auxiliares, teniendo en cuenta para ello los servicios prestados.
  - a. Como *prestación secuencial*: las prestaciones se realizan siempre en un mismo sentido, independientemente, del centro destinatario de las mismas.
  - b. Como *prestación crucial*, existe una prestación bidireccional entre las secciones.

Ripoll, V., Castelló, E. [1993] nos muestra una aproximación matricial para el reparto de los costes en la fase secundaria.

Como primer paso determinaremos la matriz del coste total de las secciones auxiliares:

$$[S] = [A][S] + [I][ES]$$

Donde el coste total de las secciones auxiliares sería:

$$[S] = \begin{bmatrix} S1 \\ S2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ S_n \end{bmatrix}$$

Donde el coeficiente que reciben sería:

$$[A] = \begin{bmatrix} a1 & \dots & \dots & a_n \\ a2 & \dots & \dots & a_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_m & \dots & \dots & a_y \end{bmatrix}$$

Donde los costes primarios serían:

$$[ES] = \begin{bmatrix} ES1 \\ ES2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ ES_n \end{bmatrix} \quad [I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

La solución para la ecuación sería:

$$\begin{aligned} [S] - [A][S] &= [I][ES] \\ [S] - [I - A] &= [I][ES] \\ [I - A] [S] [I - A] &= [I - A] [I][ES] \\ [S] &= [I - A] [I][ES] \end{aligned}$$

El segundo paso sería el determinar el coste total de los departamentos de producción:

$$[P] = [C][S] + [I][EP]$$

Donde el coste total de las secciones principales sería:

$$[P] = \begin{bmatrix} P1 \\ P2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Pn \end{bmatrix}$$

Donde el coeficiente que reciben sería:

$$[C] = \begin{bmatrix} a1 & \dots & an \\ a2 & \dots & an \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ am & \dots & ay \end{bmatrix}$$

Donde los costes primarios serían:

$$[ES] = \begin{bmatrix} ES1 \\ ES2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ ESn \end{bmatrix} \quad [I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

La solución para la ecuación sería:

$$\begin{aligned} [S] - [A][S] &= [I][ES] \\ [S] - [I - A] &= [I][ES] \\ [I - A] [S][I - A] &= [I - A] [I][ES] \\ [S] &= [I - A] [I][ES] \end{aligned}$$

El formato de la aproximación matricial puede ser modificado como sigue:

$$[P] = [C][S] + [I][ES]$$

Donde

La ecuación  $[S] = [I - A] [I][ES]$  la combinamos con la ecuación  $[P] = [C][S] + [I][ES]$  obtendremos;

$$[P] = [C][I - A] [I][ES] + [I][EP]$$

Denominamos matriz  $[E]$  a la siguiente expresión:

$$[E] = [C][I - A]$$

Donde

La ecuación  $[P] = [C][I - A] [I][ES] + [I][EP]$  puede ser expresada directamente como:

$$[P] = [E][I] [ES] + [I][ES]$$

O

$$[P] = [E][ES] + [ES]$$

La ventaja de la nueva expresión obtenida en la ecuación es que cualquier serie de cargas directas, pueden utilizarse los mismos coeficientes de la matriz E. La matriz E es una matriz efectiva en el sentido que la suma de cada columna es igual a 1. Cada elemento de la matriz E se corresponde con la parte del servicio prestado por un departamento auxiliar a un departamento principal.

## 6. Desviación de los costes generales de transformación

Los costes generales de transformación, al no conocerse hasta el final del período contable a diferencia de los costes de aprovisionamiento o de mano de obra, deben encontrar una estimación para determinar su coste de producción durante el ciclo de operación y generación de outputs, por ello el uso del volumen de producción aportará la estabilidad en la fluctuación de estos durante el período de producción.

Para hallar el volumen de producción se debe establecer primero la capacidad de producción industrial o del servicio que la infraestructura del activo nos va a permitir, para ello distinguiremos entre:

- *La capacidad teórica:* también llamada de capacidad máxima o ideal es aquella donde todos los factores de producción estarían desarrollando su capacidad al 100%.
- *La capacidad práctica:* es la que tiene en cuenta las demoras inevitables debidas a las paradas de producción o servicios producidos por días festivos, vacaciones o averías y/o mantenimientos, representando la capacidad máxima efectiva que puede generar el proceso productivo.
- *La capacidad normal:* es aquella que tiene en cuenta los tiempos inoperantes así como las ineficiencias del factor trabajo y atiende los cambios de los ciclos de ventas.
- *La capacidad real esperada:* es aquella que determina el volumen de producción necesaria para satisfacer la demanda de ventas prevista.

La elección de cada uno de los niveles de actividad nos va a aportar diferentes ventajas o inconvenientes afectándonos de forma muy significativa a la determinación del coste de los generales de transformación al producto, como por ejemplo si el sistema de producción es cíclico o estacional el uso de la capacidad real esperada o bien el peso de los costes generales de transformación influyen de una

forma determinante en la confección del coste del producto, teniendo un efecto sobre los costes fijos unitarios deflactados en los períodos de máxima producción y aportando una mínima repercusión en el precio de venta.

Una vez determinados los niveles de actividad, se van a necesitar los siguientes términos para su cálculo:

- *Las unidades de producción:* Es el conjunto general de relaciones de diseño, organización, toma y ejecución de decisiones, distribución de espacio, tecnología, producción, especialización e intercambios realizados por los individuos en niveles determinados de desarrollo. Es decir, es un principio de orden de diferentes grados de coordinación entre elementos (como personas, así sea una sola, instrumentos y máquina), que se reúnen en un todo integrando, para realizar un fin que puede ser la producción de bienes o de servicios, que satisfacen las necesidades de los individuos en la sociedad.
- *Horas de la mano de obra:* medio de expresión del nivel de actividad relacionado con el volumen de horas de la mano de obra directa. No es fácil la estimación de las horas de trabajo directo que se requerirá para procesar determinada cantidad de producción programada. Las características variables, predominantes en cada empresa, hacen que este intento se convierta en un problema bastante complejo.
- *Horas de máquina:* medio de expresión del nivel de actividad relacionado con el volumen estimado de horas necesarias de uso de la maquinaria.

La variación neta de los costes generales es la diferencia entre los costes reales en que se han incurrido y los aplicados a los productos empleando el porcentaje de costes generales estándares.

Los métodos de cálculo de las varianzas o desviaciones en este apartado se pueden clasificar en tres, a saber:

- El método de las dos desviaciones:

Donde el cálculo se puede establecer entre:

- Desviación controlable correspondiente a los costes generales de transformación reales totales comparados con el presupuesto en la capacidad estándar:

$$(GGF_s \text{ variables} \times Hm_s) + GGF_f \text{ totales presupuestados}$$

Siendo

$Hm_s$  = número de horas máquina estándar.

➤ Desviación de volumen o no controlable

$$(Hm_s - Hm_s^0) \times \text{Ratio de GGF fijos para la capacidad productiva}$$

Siendo

$Hm_s$  = número de horas máquina estándar de capacidad normal.

$Hm_s^0$  = número de horas máquina estándar permitidas para la producción alcanzada

• El método de las tres desviaciones:

En este método se combinan los costes fijos y variables.

➤ Desviación controlable:

- 1) Desviación de los costes generales totales comparados con el presupuesto de costes variables ajustado a la capacidad real empleada:

$$(GGF_s \text{ variables} \times Hm_s) + GGF_f \text{ totales presupuestados}$$

Siendo

$Hm_s$  = número de horas máquina estándar.

- 2) Desviación de la eficiencia de los costes generales de transformación variables:

$$(Hm_r - Hm_s) \times \text{Ratio de GGF variables}$$

Siendo

$Hm_r$  = número de horas máquina real.

➤ Desviación de volumen o no controlable

- 1) Encontraremos la variación en volumen

$$(Hm_s - Hm_s^0) \times \text{Ratio de GGF fijos con capacidad productiva}$$

Siendo

$Hm_s$  = número de horas máquina estándar de capacidad normal.

$Hm_s^0$  = número de horas máquina estándar permitidas para la producción alcanzada

• El método de las cuatro desviaciones:

En este método se combinan los costes fijos y variables.

➤ Desviación controlable:

- 1) Desviación de los costes generales totales comparados con el presupuesto de costes variables ajustado a la capacidad real empleada:

$$(GGF_s \text{ variables} \times Hm_s)$$

Siendo

$Hm_s$  = número de horas máquina estándar.

2) Desviación de la eficiencia de los costes generales de transformación variables:

$$(Hm_r - Hm_s) X \quad \text{El ratio de los GGF variables}$$

Siendo

$Hm_r$  = número de horas máquina real.

3) Desviación de los costes generales fijos, comparando los costes generales fijos presupuestados con los incurridos.

➤ Desviación de volumen o no controlable

1) Encontraremos la variación en volumen

$$(Hm_s - Hm_s^0) X \quad \text{El ratio de los GGF fijos con capacidad productiva}$$

Siendo

$Hm_s$  = número de horas máquina estándar de capacidad normal.

$Hm_s^0$  = número de horas máquina estándar permitidas para la producción alcanzada

El análisis de las desviaciones es el primer paso para identificar los factores que provocan las desviaciones entre los estándares y los históricos con el objetivo de anular las ineficiencias. Los beneficios de la implantación de dicho control no consisten en la simple exposición del dato en sí obtenido sino la corrección de la situación anómala detectada a través del sistema de varianzas de los estándares de los costes generales de transformación.

La efectividad de dicho control viene dado en sí por la prontitud en la detección del mismo y su transferencia al responsable de su gestión.

De forma enunciativa y no excluyente podemos anunciar las posibles causas de las desviaciones desfavorables controlables, como:

- Condiciones desfavorables en la adquisición de suministros y servicios.
- Desperdicios de materiales indirectos.
- Averías de máquinas que se pueden evitar.
- Empleo de materiales o de mano de obra indirecta de mala calidad.
- Planificación deficiente de la mano de obra indirecta.
- Falta de herramientas u operadores.



Mientras, como causas enunciativas de posibles causas de desviaciones desfavorables no controlables son:

- Mala planificación de la producción.
- Averías anormales de la producción.
- Huelgas o elementos atmosféricos.
- Escasez de trabajadores cualificados.
- Falta de capacidad para atender a la producción.
- Bajón de la demanda de ventas.

### 6.1 Desviaciones bajo el modelo presupuestos rígidos

El tratadista Rocafort, A [2008] nos aportan las diferencias entre los dos modelos de cálculo de las desviaciones donde nos a influir de forma determinante el nivel de actividad estimado.

Siendo el presupuesto rígido una previsión de carácter cuantitativo que se elabora para un determinado volumen de actividad estimado, para el cual no se realiza ningún tipo de ajuste cuando la actividad real difiere de la estimada. Los presupuestos fijos son formulados de manera estática y expresan lo que deberían ser los costes individuales ante volúmenes determinados.

Los presupuestos fijos son estados de costes que muestran los costes fijos, es decir, los que no varían con la producción o la actividad de fabricación o ventas. Se acumulan con el transcurso del tiempo y permanecen constantes en valor durante un período a corto plazo dado, dentro de un rango pertinente de actividad. Los costes fijos son ocasionados por el mantenimiento de activos y de los otros factores de producción; de ahí, que frecuentemente son denominados costes de capacidad. Los presupuestos fijos los podemos dividir en de dos tipos principales:

- Primero, ciertos presupuestos fijos son establecidos por decisiones administrativas previas. Algunos de estos presupuestos son los presupuestos de depreciación, los de impuestos, los de seguros y otros.
- Segundo, otros presupuestos fijos con establecidos por decisiones administrativas de acuerdo con una base a corto plazo, los sueldos y salarios, los costes de publicidad y los costes de investigación caben en esta categoría.

Y lo determinan a través de la siguiente ecuación:

$$B = P_p h_s t_s^v + F_p = t_s^v H_p + F_p$$

Siendo

B = Presupuesto fijo de la sección

- $P_p =$  La producción prevista  
 $h_s =$  El tiempo unitario estándar  
 $t_s^v =$  La tasa variable unitaria estándar por hora  
 $F_p =$  Los costes totales fijos previstos  
 $H_p =$  Horas previstas de la producción prefijada

La realización del período se representa a través de:

$$K_r = P_r h_r t_r^v + F_r$$

Siendo

- $K_r =$  El coste real de la sección  
 $P_r =$  La producción real  
 $h_r =$  El tiempo real unitario  
 $t_r^v =$  El coste unitario variable por hora  
 $F_r =$  Los costes fijos reales

Y estableciendo las varianzas de los costes generales de transformación como:

- *Desviación en capacidad:*

$$D_c = h_s t_s^v (P_p - P_r)$$

- *Desviación en rendimiento:*

$$D_r = P_r t_s^v (h_s - h_r)$$

- *Desviación de los costes variables:*

$$D_v = P_r h_r (t_s^v - t_r^v)$$

- *Desviación de los costes fijos:*

$$D_f = F_p - F_r$$

- *Desviación global:*

$$D_g = B - K_r = D_c + D_r + D_v + D_f$$

Y por lo tanto el presupuesto fijo se podría expresar transformándolo de siguiente forma:

$$B = H_p (t_s^v + t_s^f) = H_p t_s$$

Siendo

- $t_s =$  la tasa unitaria estándar a coste completo siendo igual a  $B / H_p$

## 6.2 Desviaciones bajo el modelo presupuestos flexibles

Mientras que los presupuestos flexibles se elaboran para desiguales niveles de actividad y se acomodan a la sensibilidad de los costes a los cambios que se producen en el volumen de actividad.

Los presupuestos flexibles se basan en la clasificación de los costes desde una triple perspectiva:

- *Costes proporcionales*, que siguen una función lineal y proporcional hasta un cierto volumen de actividad.
- *Costes fijos*, que se consideran permanentes para períodos determinados y hasta un cierto nivel de actividad.
- *Costes mixtos*, que engloban los costes de producción de estado parado y diferentes costes variables vinculados al nivel de actividad.

La diferencia sustancial entre los presupuestos flexibles y los costes estándares es que estos últimos costes analizan las desviaciones en relación a las clases de costes, mientras que los presupuestos flexibles formulan un análisis sobre cada uno de los centros de transformación.

En el caso de que la empresa controle su actividad interna a través de un modelo de costes estándares, al no definirse ningún nivel de actividad no se podrán imputar racionalmente los costes y, por tanto, calcular la posible infrautilización específica de los costes fijos. En este caso, dada la limitación de la información de costes del modelo, se calculan únicamente las desviaciones técnica y económica.

El modelo de presupuestos flexibles calcula dos desviaciones de carácter económico:

- la *desviación en presupuesto* que constata la diferencia entre la totalidad de costes reales con la totalidad del presupuesto flexible
- la *desviación en actividad* que refleja el volumen de costes fijos infrautilizados.

Y una desviación de carácter técnica:

- La *desviación en rendimiento* que constata la diferencia en tiempos de producción

Las desviaciones en los costes generales de transformación (Ggf), en el marco de los presupuestos flexibles, se estructuran en desviación en presupuesto, desviación en actividad y desviación en rendimiento.

$$\text{Desviación en presupuesto} = B_{ij} - K_r$$

Siendo:

$B_{ij}$  = presupuesto flexible de la sección

$$B_{ij} = F_p + t_s^v H_r$$

$F_p$  = costes fijos previstos

$t_s^v$  = coste variable estándar de una hora de máquina.

$H_r$  = total de horas reales trabajadas (en referencia a la maquinaria)

Y,

$K_r$  = costes reales del periodo (en referencia a los Ggf)

$$K_r = F_r + t_s^v H_r$$

$F_r$  = costes fijos reales.

$t_r^v$  = coste variable real de una hora de máquina

$H_r$  = total de horas reales trabajadas (en referencia a la maquinaria)

$$\text{Desviación en actividad} = t_s^f (H_r - H_p)$$

Siendo:

$t_s^f$  = coste fijo estándar de una hora de máquina

Donde:

$t_s^f$  = coste fijo presupuestados =  $F_p / H_p$  total horas previstas de actividad en referencia a la máquina.

$H_p$  = total horas previstas de actividad en referencia a la máquina

$H_r$  = total horas reales de actividad en referencia a la máquina

$$\text{Desviación en rendimiento} = T_s (P_r h_s - H_r)$$

Siendo:

$T_s$  = coste fijo estándar de una hora de máquina =  $T_s = t_s^v + t_s^f$

$P_r$  = producción real del periodo

$h_s$  = tiempo estándar por unidad de producto en referencia a la totalidad de los Ggf

$H_r$  = total de horas reales trabajadas en referencia a horas máquina

## 7. Desviaciones bajo el modelo de presupuesto flexible: un modelo alternativo

Como aportación de investigación novedosa al documento doctoral se contribuye con una nueva formulación de la determinación de las desviaciones de los costes generales de transformación bajo el modelo de costes presupuestos flexibles. Rocafort, A et al. [2016].

A través de ella procederemos a la simplificación bajo las siguientes premisas:

A) La suma de las desviaciones técnicas de los costes generales de fabricación variables y fijos del modelo alternativo es igual a la desviación en rendimiento del modelo anterior. Así:

$$tsv (Hs - Hr) + tsf (Hs - Hr) = (Hs - Hr) (tsv + tsf) = (tsv + tsf) (Hs - Hr) = Ts (Hs - Hr)$$

B) La suma de las desviaciones económicas de los costes generales de fabricación variables y la desviación en presupuesto de los costes fijos del modelo alternativo es igual a la desviación en presupuesto del modelo anterior. Así:

$$\begin{aligned} Hr (tsv - trv) + (Fp - Fr) &= Hr tsv - Hr trv + (Fp - Fr) (Fp + Hr tsv) - (Fr + Hr trv) \\ &= Bij - Kr \end{aligned}$$

C) La desviación total del modelo alternativo es igual a la desviación total del modelo anterior.

- Desviación total modelo alternativo (suma de todas las desviaciones)

$$DT_{mod\ alt} = tsv (Hs - Hr) + Hr (tsv - trv) + tsf (Hs - Hr) + Hr (tsf - trf) + tsf (Hr - Hp)$$

- Desviación total modelo anterior (suma de todas las desviaciones)

$$DT_{mod\ ant} = Ts (Hs - Hr) + (Bij - Kr) + tsf (Hr - Hp)$$

Si

$$DT_{mod\ alt} = DT_{mod\ ant} ; \quad DT_{mod\ alt} - DT_{mod\ ant} = 0$$

Comprobación:

$$\begin{aligned} 1) \quad tsv (Hs - Hr) + Hr (tsv - trv) + tsf (Hs - Hr) + (Fp - Fr) + tsf (Hr - Hp) &= \\ Ts (Hs - Hr) + (Bij - Kr) + tsf (Hr - Hp) ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad tsv (Hs - Hr) + tsf (Hs - Hr) + Hr (tsv - trv) + (Fp - Fr) + tsf (Hr - Hp) &= \\ Ts (Hs - Hr) + (Bij - Kr) + tsf (Hr - Hp) ; \end{aligned}$$

Considerando las relaciones 1) y 2)

$$\begin{aligned} Ts (Hs - Hr) + (Bij - Kr) + tsf (Hr - Hp) &= Ts (Hs - Hr) + (Bij - Kr) + tsf (Hr - Hp) ; \\ Ts (Hs - Hr) + (Bij - Kr) + tsf (Hr - Hp) - Ts (Hs - Hr) - (Bij - Kr) - tsf (Hr - Hp) &= 0 \end{aligned}$$



**Parte II:**  
**La lógica difusa**





## **Capítulo 7**

### **Introducción de la lógica borrosa**

---

1. Concepto de lógica borrosa
2. La complejidad de la previsión de los cálculos



## 1. Concepto de lógica borrosa.

El Diccionario de la Lengua Española define *lógica* como la ciencia que expone las leyes, modos y formas del conocimiento científico.

Se trata pues de una ciencia formal dedicada al estudio de las formas válidas de inferencia, es decir, examina aquellos métodos utilizados para validar el razonamiento correcto del incorrecto.

Atendiendo a su etimología, *lógica* es lo mismo que tratado, ciencia de la razón y del discurso. Pero ni trata de la razón o entendimiento en sí mismo, sino en sus manifestaciones o actos, ni estudia estos actos para conocer su naturaleza física, sino su relación con la verdad. El entendimiento produce pensamientos; éstos a veces son verdaderos y a veces falsos, importándonos mucho que sea siempre verdadero. Pues bien, la *lógica* trata de estos pensamientos, de estos actos del entendimiento humano en cuanto son dirigibles a la verdad.

Por eso muchos definen la *lógica* como una *ciencia o arte del bien pensar*, porque entonces pensamos bien cuando nuestros pensamientos son verdaderos, siendo fiel representación de la realidad de las cosas. Otros la definen como la *ciencia de la ciencia*, es decir, la ciencia de los actos y de las reglas, mediante las cuales llegamos a la verdad científica.

La *lógica*, pues, tiende por fin dirigir nuestro entendimiento hacia la inquisición de la verdad, dar reglas a nuestra razón para que en sus actos, en sus discursos, se proceda con orden, con facilidad y sin peligro de error. Quien observe los preceptos de la *lógica* llegará al conocimiento de muchas verdades que sin ellos no le sería posible llegar, y la alcanzará con mayor facilidad que los que desconocen, y aún en los casos en que, por la dificultad de la materia, no consiga poseer la verdad, no le será inútil la dirección de la *lógica*, pues, siguiéndola, se abstendrá de afirmar lo que no ve bien, evitando de este modo el error.

Para que el valor lógico influya en la adopción de una idea, es necesario que este valor sea, de alguna manera, deliberadamente apreciado, y esta apreciación no es fácil para todas las afirmaciones, ni para todas las ideas. En este punto, como ya decía Dupréel, E.G [1922] las afirmaciones o las nociones son más o menos claras o más o menos confusas, y reteniendo en cada noción el atributo o propiedad dominante, hay que distinguir las nociones claras de las nociones confusas.

La distinción entre lo claro y lo confuso no es, sin embargo, tarea fácil. Sólo es posible caracterizar con precisión ambas nociones, partiendo de la base de dar por resuelta la cuestión de saber lo que es 'conocer' en general y esto implica toda una teoría del conocimiento. Una definición rigurosa de lo

claro y de lo confuso, ha de basarse en la lógica general o en la metafísica. Por el momento, basta manifestar que la distinción entre lo muy claro y lo muy confuso es evidente y real, siendo posible, en la mayoría de los casos, estar de acuerdo sobre el hecho de ser una idea clara y otra confusa.

## **2. La complejidad de la previsión de los cálculos**

Los fenómenos del mundo real son muy complejos. La complejidad al tratar de estudiarlos y explicarlos en toda su extensión, se presenta en la forma de incertidumbre y ambigüedad. El ser humano ha tenido que desarrollarse en medio de este tipo de fenómenos durante todo el transcurso de su historia, aun así, las computadoras diseñadas por él no son capaces de manejar la complejidad y ambigüedad, por ahora. Esto ha podido ser explicado por la capacidad que tiene el ser humano para razonar ‘aproximadamente’, y las computadoras aún no la tienen. Cuando razonamos acerca de un sistema complejo, explicamos su comportamiento ‘aproximadamente’, y mantenemos un entendimiento general acerca del problema. Esta generalización, con todo y la ambigüedad que conlleva, es suficiente para que comprendamos los sistemas complejos.

La complejidad de un sistema decrece conforme aprendemos más acerca de él, incrementando al mismo tiempo nuestro entendimiento del mismo. Al decrecer la complejidad se obtiene mayor precisión en el modelado del sistema. Es así como podemos relacionar el grado de complejidad de un sistema con la precisión de los modelos del sistema.

Por ello, para sistemas con poca complejidad, o poca incertidumbre, los modelos matemáticos pueden describirlos precisamente. En los modelos con un poco más de complejidad, pero que cuentan con datos significantes, la incertidumbre puede ser reducida utilizando métodos libres de modelo como las redes neurales artificiales, a través de su capacidad de aprendizaje a partir de patrones presentes en los datos disponibles. Para los sistemas más complejos donde existen pocos datos numéricos disponibles, el razonamiento difuso ofrece una alternativa robusta para entender el comportamiento del sistema al permitir la interpolación aproximada entre las situaciones de entrada y salida observadas.

Las nociones y las proposiciones elementales de las matemáticas, en las formas y en el sentido con que son empleadas en la vida práctica, son ideas claras.  $2 + 2 = 4$ , es una afirmación clara y verdadera; pero  $2 + 2 = 5$  es una afirmación clara y falsa. La idea de tal objeto, situado en tal momento en un punto determinado del espacio, es clara.

Dupréel, E.G. [1922] opinaba que las ideas confusas forman la gran mayoría de las ideas prácticas, morales, religiosas, jurídicas, económicas y artísticas, que sirven en la vida corriente sin ser el resultado inalterado de una elaboración científica rigurosa.

De esta manera, en el pensamiento confuso se puede pasar de las operaciones estrictamente lógicas a otras que, aun no teniendo más que un mínimo de coherencia lógica, también elaboran nociones y conclusiones.

Dupréel, E.G. [1922] llamaba *lógica social formal* al estudio del conjunto de las operaciones mentales, de las cuales resulta el conocimiento confuso.

En definitiva, de acuerdo con lo explicado, si una proposición únicamente puede ser verdadera o falsa, sin admitir ningún grado de veracidad, se engloba en el campo de la denominada *lógica clásica*, también conocida como *lógica aristotélica clásica*. Los sistemas lógicos clásicos, que han sido y son los más estudiados, se caracterizan por aceptar ciertos principios tradicionales como el principio del tercero excluido, el principio de no contradicción, el principio de explosión y la monotonicidad de la implicación.

Por el contrario, aquellos sistemas que rechazan uno o varios principios incorporados en la lógica clásica, son los sistemas denominados lógicos no clásicos.

Dentro de los tipos de lógica no clásicas, se destaca la *lógica borrosa o difusa*, definida como una lógica plurivalente, pues propone un número infinito de valores de verdad, es decir, admite una *incertidumbre* entre la verdad o falsedad en una proposición, rechazando así el principio del tercero excluido.

El grado de excelencia de una determinada métrica, o del indicador compuesto, no puede ser tratado adecuadamente con las limitaciones impuestas por la lógica clásica. La lógica borrosa admite el principio de la simultaneidad gradual, Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. [1995], según el cual un elemento puede pertenecer a un determinado conjunto y a la vez al conjunto complementario. La única condición requerida para ello es que se asigne un determinado grado de verdad y de falsedad a dicha proporción.

Mendiburu, H.A [2008] distinguía dentro de la lógica borrosa los siguientes elementos:

- “Variable Lingüística: Son variables evaluadas en un lenguaje natural y no corresponden a un valor numérico exacto. Donde las variables lingüísticas pueden descomponerse en términos lingüísticos, como por ejemplo temperatura, conducta, posición, tamaño, ganancias, tiempo, etc.

- **Universo de Discursión:** Es el rango de toda la información necesaria para el comportamiento correcto de un sistema. Por ejemplo, “temperatura” en rango de 5 a 100 °C; “rentabilidad” en rango de 10% a 33%, etc.
- **Término Lingüístico:** Son los sub-conjuntos o las partes que puede dividirse una variable lingüística. Por ejemplo para la variable “tamaño” se puede tener los términos: alto, medio, bajo; para la variable “margen de utilidad” se puede tener los términos como esperado, apropiado, regular, deficiente, etc.
- **Conjunto Difusos:** Son formas geométricas que representan una función generada por un término lingüístico. Pueden ser: triángulos, cuadrados, trapecios, campanas gaussianas, entre otros.
- **Función de Membresía:** La función de membresía es la agrupación de conjuntos difusos correspondientes a una sola variable lingüística, asociada a su grado de pertenencia o membresía dentro del intervalo entre 0 y 1.

### Funciones Triangulares

Estas funciones están basadas en la ecuación de la recta:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

De esta manera pueden obtenerse las rectas para la siguiente figura:

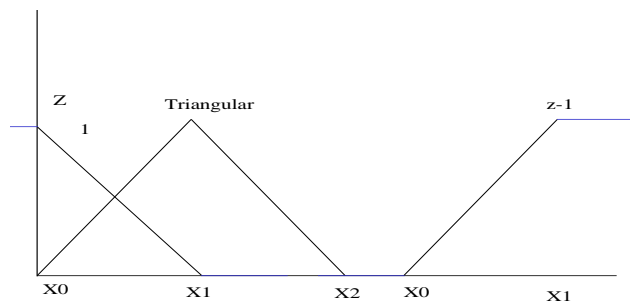


Gráfico 17: Representación triangular de la función de membresía

**Función Z.-** Se consideran los tres casos:

$$\mu_z(x) = \begin{cases} 1 & \text{para } x \leq x_0 \\ 1 - \frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)} & \text{para } x_0 \leq x \leq x_1 \\ 0 & \text{para } x \geq x_1 \end{cases}$$

**Función Z-1.-** Son tres casos:

$$\mu_{z-1}(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x \leq X_0 \\ \frac{(x-x_0)}{x_1-x_0} & \text{para } x_0 \leq x \leq x_1 \\ 1 & \text{para } x \geq x_1 \end{cases}$$

**Función Triangular.-** Son cuatro casos:

$$\mu_T(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x \leq x_0 \\ \frac{(x-x_0)}{(x_1-x_0)} & \text{para } x_0 \leq x \leq x_1 \\ 1 - \frac{(x-x_0)}{(x_1-x_0)} & \text{para } x_1 \leq x \leq x_2 \\ 0 & \text{para } x \geq x_2 \end{cases}$$

### Función S

La función S se define mediante tres parámetros ( $\alpha, \beta$  y  $\gamma$ ) a partir de la expresión general siguiente:

$$S(u, \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0 \\ 2((u-\alpha)/(\gamma-\beta))^2 \\ 1 - 2((u-\alpha)/(\gamma-\alpha))^2 \\ 1 \end{cases}$$

- Fuzzificación: La fuzzificación es el proceso realizado para convertir un valor tradicional lógico, binario, decimal, y/o exacto, en un valor o cantidad difusa.
- Proceso de Inferencia: Es el proceso o metodología que se realiza para evaluar las normas, dado un conjunto de reglas (ejemplo: instrucciones ‘SP’ pues ‘ENTONCES’) que deben permitir determinar un resultado. Permite operar con conjuntos: Unión (O), Intersección (Y), Negación (NO).
- Defuzzificación: Es el proceso inverso al de la fuzzificación, es decir, es la acción de convertir un valor difuso en un valor exacto.

Los autores Reig, J., Sansalvador, ME., y Trigueros, JA [2000] definen la lógica borrosa como una técnica utilizada para el tratamiento de la incertidumbre y la subjetividad, que ha sido formalizada a través de una estructura matemática. En sus trabajos, los citados autores realizan una revisión histórica de la evolución de aquellas ideas que constituyen un referente claro de la lógica borrosa.

De esta forma, cabe citar las siguientes doctrinas y referencias predecesoras de la lógica difusa:

Kosko, B. [1988] plantea subsanar la primera desventaja del modelo Hopfield, donde éste no es capaz de asociar patrones diferentes cerrando un modelo de memoria heteroasociativa como un sistema difuso que mapea conjuntos difusos. Es una versión fuzzificada de una memoria asociativa bidireccional. Descubriendo que su memoria funcionaba mejor con patrones bipolares que con patrones binarios

Zadeh, L [1965] nos plantea los *conjuntos difusos* como una forma matemática para encarnar la indeterminación en lingüística, puede ser considerada como una generalización de la teoría de conjuntos clásica. La idea básica de los conjuntos difusos es muy simple. *“En un conjunto clásico (no difuso), un elemento del universo pertenece o no al conjunto. Esto es, la membresía de un elemento es dura -ya sea sí (está en el conjunto) o no (no está en el conjunto). Un conjunto difuso es una generalización de un intervalo de unidad entre 0 y 1. Así, la función de membresía de un conjunto difuso que mapea cada elemento del universo de discurso a un rango del espacio el cual, en muchos casos, es el conjunto del intervalo de la unidad”.*

La principal diferencias entre los conjuntos duros y difusos es que el primero siempre tiene funciones de membresía únicas, mientras que todo conjunto difuso tiene un número infinito de funciones de membresía que pueden representarlo. Esto admite que los sistemas difusos puedan ser ajustados a su rendimiento máximo en una situación dada. Cualquier campo puede ser fuzzificado y generalizado, sustituyendo el concepto de conjunto duro en un campo fuente por el concepto de un conjunto difuso, como por ejemplo la aritmética, la teoría de grafos y la teoría de la probabilidad para desarrollar aritmética difusa, teoría de grafos difusos y teoría de probabilidad difusa, respectivamente. Podemos también fuzzificar algunos campos obteniendo redes neuronales difusas, algoritmos genéticos difusos, teoría de estabilidad difusa, reconocimiento de patrones difusos y programación matemática difusa, respectivamente.

Mandani, EH y Assilian, S. del Colegio Queen Mary, Inglaterra en 1975 desarrollaron el primer controlador basado en lógica difusa y fue aplicado para controlar una máquina de vapor simple.

Ellos pudieron demostrar que su modelo tenía una ventaja concluyente sobre los modelos existentes, ya que:

- Los modelos con lógica difusa trabajaba bien incluso cuando la relación entre las variables de entrada y salida del control no era lineal.
- Son mucho más robustos con respecto a cambios en los parámetros controlados del sistema.



- Después de presentar este trabajo, Mandani, abandono su línea de investigación. Sin embargo, su trabajo no pasó desapercibido en Japón, y aproximadamente 10 años después la Compañía Hitachi anunció y puso en operación el primer sistema de control automático de metros empleando un controlador con lógica difusa, en Japón, 1987.
- En ese mismo año Takeshi Yamakawa demostró su control difuso para el péndulo invertido. Estos dos sistemas sirvieron como catalizadores para la explosión en el interés por el tema del control difuso. A partir de los diseños originales de Yamakawa, la presentación de patentes de control difuso se expandió rápidamente, multiplicando el número de aplicaciones.
- Para julio de 1991, solamente la compañía Omron había obtenido 700 patentes para dispositivos con lógica difusa. Numerosos productos comerciales inteligentes que usan tecnología difusa están disponibles en Japón, y muchos de ellos se venden ahora alrededor del mundo.

La Sociedad Japonesa de Teoría e Investigación Difusa (SOFT) fue fundada y tuvo su primera reunión en 1984 con cerca de 20 miembros. En 1991 tenía afiliados 1800 socios y 100 corporaciones

El laboratorio Internacional para Investigación de la Ingeniería de Sistemas Difusos (LIFE) fue un proyecto de 6 años y fue fundado por el ministro Japonés de Comercio Internacional e Industria (MITI) en unión con 49 corporaciones. El director es el Doctor Toshiro Terano, uno de los primeros y más conocidos investigadores japoneses en sistemas difusos.

Estaba organizado en tres laboratorios:

- a) Control difuso; especialmente para procesos de producción y robótica
- b) Procesamiento difuso de información Intellectual; para sistemas de soporte de decisiones, entendimiento de imágenes, esqueletos de sistemas expertos, sistemas de diagnóstico para estaciones de potencia, entendimiento de lenguaje para robots, y evaluación y entendimiento de información numérica.
- c) Computadora Difusa; incluyendo Arquitectura de Sistema, Hardware y Software.

El Instituto de Sistemas de Lógica Difusa (FLSI) fue establecido en 1990 para conducir investigaciones experimentales en el procesamiento de la información difusa y las neurociencias. Su fundador fue el profesor Takeshi Yamakawa. Destacan entre sus trabajos la inferencia difusa y chips defuzzicadores, además recientemente han desarrollado chip fuzzy-neural para reconocimiento de patrones. Actualmente el número de corporaciones japonesas haciendo aplicaciones y colaborando en la investigación de sistemas difusos incluyen todos los grandes nombres de la industria japonesa, dentro de los cuales se encuentran las compañías; Sony, Matsushita, Nissan, Hitachi o Omron Corporation, ... Así mismo, las grandes universidades de Japón colaboran en el esfuerzo de investigación de esta tecnología emergente

Las doctrinas citadas, en unos casos son precedentes de una tendencia de pensamiento y en otros un fundamento directo de la lógica borrosa. En todo caso, la síntesis de todas ellas, reside en el pensamiento alternativo a la lógica binaria del pensamiento aristotélico, el ser entre el 1 o el 0, la existencia entre el blanco o el negro.

Así pues, la *lógica borrosa* nace cuando se deja de pensar que los hechos observados a nuestro alrededor se pueden calificar dentro de unos conjuntos con fronteras bien limitadas, cuando la valoración de una verdad acepta ser graduada.

Ante una situación que hace necesaria la toma de una decisión, la ciencia tradicional intenta buscar un modelo matemático que la describa y que además, con unas restricciones, la optimice. Estamos en el campo de la *certidumbre* o *probabilidad*.

La probabilidad, conocida como “casos favorables entre casos posibles”, es *objetiva*, es decir, calculada en la certidumbre, pues los casos se conocen con seguridad y precisión, no pudiendo existir otros. En este caso la mejor decisión posible es aquella alternativa que obtenga el mayor valor esperado.

Ahora bien, cuando no existen casos posibles, es decir, cuando no tenemos datos históricos o análisis empíricos que nos permitan creer en unos determinados grados de probabilidad, aparece la *posibilidad* o *probabilidad subjetiva*, Zadeh, L. [1965], tomando en este caso las percepciones como variables. Esto es el análisis de la *incertidumbre*.

Cuando más compleja es una situación, menos objetiva es. Entonces, ¿cómo tomamos decisiones en el campo de la incertidumbre? No nos gusta que  $2 + 2$  puedan sumar 5, pues no da inseguridad (*riesgo*), es una variable no deseable.

Ramírez, D. [1998] y González [2000] establecen dos tipos de incertidumbre, la óptica y la epistémica. La óptica se vincula a los hechos y entes, la epistémica al conocimiento; definiendo la incertidumbre como la ausencia de certeza o conocimiento seguro.

La mayoría de decisiones no sólo necesitan números, necesitan información, predicciones y análisis. Pero ¿cómo medir la posibilidad o gestionar la complejidad? Es el llamado principio de la *imposibilidad del tratamiento*.

Se pretende crear una escala, una graduación de complejidad. La complejidad significa dificultad, más elaboración. Con esto se toma decisiones, con el llamado concepto borrosos o fuzzy.

Al no poder calcular la realidad, lo que hacemos es simplificarla. En función de la percepción de la información, de la seguridad que nos dé, tomar una decisión u otra. Cuando se piensa en la lógica todos pensamos igual. Pero si pensamos con la intuición, que es un paso de vuelta al pensamiento, todos pensamos de forma diferente.

Tomar una decisión, implica estar un paso más por delante. Schrading decía que el *pensamiento creativo* es tanto ver lo que aún nadie ha visto, como pensar lo que todavía nadie ha pensado sobre aquello que todos ven.

A continuación desarrollamos el cómo materializar en números estos comportamientos que se desean sean objetivables.

Frente a la realidad del mercado sólo se puede aportar un mínimo, un máximo y un óptimo. No hay un modelo matemático, pero si lo hubiese, nos encontraríamos en econometría, no en la incertidumbre.

Cabe ubicar esta tesis en el reciente marco de reestructuración propuesto por Zadeh, L [1965], que comprende las siguientes *facetas* dentro de la etiqueta general de '*lógica borrosa*':

- *Faceta lógica*: es decir, un sistema lógico que incluye como casos concretos las lógicas multivaluadas.
- *Faceta de conjuntos*: que trata de la definición de clases o conjuntos cuyas fronteras no están definidas de manera totalmente nítida.
- *Faceta relacional*: que trata la representación y manipulación de funciones que están definidas de manera imprecisa, incluyendo las reglas de tipo "*si-entonces*".
- *Faceta epistémica*: que se centra en la aplicación de las representaciones del conocimiento, bases de datos borrosas y la teoría de la posibilidad y de la probabilidad.

Por tanto, este trabajo puede encuadrarse en las facetas epistémica y de conjuntos de la lógica borrosa, ya que en último término trata con representaciones de información, y clases de entidades que no están definidas de manera precisa. Secundariamente, se puede encuadrar en la faceta relacional, dado que se trata del paradigma de adaptación basado en reglas como un modelo de adaptación concreto.



## Capítulo 8

### Conceptos e instrumentos básicos para modelizar y gestionar en incertidumbre

---

- 1 La valuación
  - 1.1. Aritmética de la valuación
- 2 Intervalos de confianza
  - 2.1. Aritmética de los intervalos de confianza
  - 2.2. Ordenación
3. La teoría de los subconjuntos borrosos



## 1. La valuación.

Es una estimación numérica subjetiva, que asociamos a un fenómeno percibido por nuestros sentidos o por nuestra experiencia, dentro de una escala de valores, siendo en el campo borroso un número comprendido entre 0 y 1, ambos inclusive.

Se distinguen cuatro formatos más usuales de expresar la subjetividad:

- Dato concreto

“a”

Siendo:

$$a \in [0, 1].$$

- Intervalo de confianza

“[a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>]”

Tal que  $0 \leq a_1 \leq a_2 \leq 1$ , donde la magnitud que estamos estudiando se mueve en dos extremos, siendo a<sub>1</sub> el extremo inferior y a<sub>2</sub> el extremo superior.

- Tripletta de confianza

“[a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub>]”

Tal que  $0 \leq a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq 1$ , formada por tres valores donde a<sub>1</sub> representa la valuación mínima de la variable que estamos estudiando, a<sub>3</sub> la valuación máxima y la a<sub>2</sub> el máximo de presunción, es decir, el valor óptimo.

- Cuádruplo de confianza

“[a<sub>1</sub>, [a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub>], a<sub>4</sub>]”

Tal que  $0 \leq a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq 1$ , donde el intervalo [a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub>] es ahora el máximo de presunción.

Existen diferentes escalas para trabajar:

- Escala binaria: {0 = falso, 1 verdadero}.
- Escala ternaria: {0 = falso, 0.5 = ni falso ni verdadero, 1 = verdadero}.
- Escala cuaternaria: {0 = falso, 1/3 = más falso que verdadero, 2/3 = más verdadero que falso, 1 = verdadero}.
- Escala pentaria: {0 = falso, 1/4 = más falso que verdadero, 1/2 = ni verdadero ni falso, 3/4 = más verdadero que falso, 1 = verdadero}.

- Escala endecadaria o multivalente:  $\{0 = \text{falso}, 1/10 = \text{prácticamente falso}, 2/10 = \text{casi falso}, 3/10 = \text{bastante falso}, 4/10 = \text{más falso que verdadero}, 5/10 = \text{ni verdadero ni falso}, 6/10 = \text{más verdadero que falso}, 7/10 = \text{bastante verdadero}, 8/10 = \text{casi verdadero}, 9/10 = \text{prácticamente verdadero}, 1 = \text{verdadero}\}$ .

Estas escalas muestran un claro encierpo para la toma de decisiones. Nuestro cerebro se defiende cuantificando y al cuantificar relativiza, por eso no le gusta los conceptos blandos (fuzzy). De hecho, la forma posible de tomar decisiones en el campo de la incertidumbre, es trabajar con expertos, pues éstos reducen el riesgo e incrementan la seguridad.

### 1.1 Aritmética de la valuación.

La suma, resta, producto y división no forman parte de la aritmética de las valuaciones cuando nos encontramos en el intervalo  $[0, 1]$ , ya que el resultado podría quedar fuera de este intervalo.

Las tres operaciones lógicas son:

- Mínimo ( $\wedge$ )
- Máximo ( $\vee$ )
- Complemento a la unidad ( $\bar{\quad}$ )

Para modelizar comportamientos, el objetivo es utilizar las matemáticas. Cuando intentamos modelizar el comportamiento equivalente que responda frente a dos expertos, *el uno, el otro o los dos*, quien resuelve la operación es el Máximo. Por el contrario, si es el comportamiento que responda *el uno y el otro*, lo resuelve el Mínimo.

Las posibles presentaciones de las valuaciones son:

Dados:

- Números precisos:  $a, b \in [0, 1]$ .
- Intervalos de confianza:  $[a_1, a_2], [b_1, b_2]$ , con  $a_1, a_2, b_1, b_2 \in [0, 1]$ .
- Tripletas:  $[a_1, a_2, a_3], [b_1, b_2, b_3]$  con  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3 \in [0, 1]$ .
- Cuádruplos:  $[a_1, [a_2, a_3], a_4], [b_1, [b_2, b_3], b_4]$  con  $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4 \in [0, 1]$ .

Mínimo:

- Números precisos:  $a \wedge b = \min \{a, b\}$ .



- Intervalos de confianza:  $[a_1, a_2] (\wedge) [b_1, b_2] = [\min \{a_1, b_1\}, \min \{a_2, b_2\}]$ .
- Tripletas:  $[a_1, a_2, a_3] (\wedge) [b_1, b_2, b_3] = [\min \{a_1, b_1\}, \min \{a_2, b_2\}, \min \{a_3, b_3\}]$ .
- Cuádruplos:  $[a_1, [a_2, a_3], a_4] (\wedge) [b_1, [b_2, b_3], b_4] = [\min \{a_1, b_1\}, [\min \{a_2, b_2\}, \min \{a_3, b_3\}], \min \{a_4, b_4\}]$ .

Máximo:

- Números precisos:  $a (\vee) b = \text{máx. } \{a, b\}$ .
- Intervalos de confianza:  $[a_1, a_2] (\vee) [b_1, b_2] = [\text{máx. } \{a_1, b_1\}, \text{máx. } \{a_2, b_2\}]$ .
- Tripletas:  $[a_1, a_2, a_3] (\vee) [b_1, b_2, b_3] = [\text{máx. } \{a_1, b_1\}, \text{máx. } \{a_2, b_2\}, \text{máx. } \{a_3, b_3\}]$ .
- Cuádruplos:  $[a_1, [a_2, a_3], a_4] (\vee) [b_1, [b_2, b_3], b_4] = [\text{máx. } \{a_1, b_1\}, [\text{máx. } \{a_2, b_2\}, \text{máx. } \{a_3, b_3\}], \text{máx. } \{a_4, b_4\}]$ .

Complemento a la unidad:

- Números precisos:  $\bar{a} = 1 - a$ .
- Intervalos de confianza:  $[a_1, a_2] = 1[-a_2, -a_1]$ .
- Tripletas:  $[a_1, a_2, a_3] = 1[-a_3, -a_2, -a_1]$ .
- Cuádruplos:  $[a_1, [a_2, a_3], a_4] = 1[-a_4, -a_3, -a_2, -a_1]$ .

Cabe tener en cuenta, si operamos con valuaciones expresadas en formas diferentes, los factores de conversión siguientes:

$$a = [a, a] = [a, a, a] = [a, [a, a], a]$$

$$[a_1, a_2] = [a_1, [a_1, a_2], a_2]$$

$$[a_1, a_2, a_3] = [a_1, [a_2, a_3], a_3]$$

Ejemplo: Obtenemos los outputs de dos expertos meteorólogos sobre si lloverá mañana. El experto 1 indica el valor de 0,7, mientras que el experto 2 el de 0,4. Para saber cuál es el valor de la presunción del comportamiento, el uno, el otro o los dos expertos, calcularemos el máximo:  $0,7 \vee 0,4 = 0,7$ .

También destacar que existe una infinidad de operadores aparte de los tres comentados (máximo, mínimo y complementación) para expresar los criterios más complejos. Se trata de la t-norma que se descomponen en pares duales llamados T-normas. Merigo, JM [2009].

Tanto el operador máximo como el mínimo cumplen las propiedades conmutativa, asociativa, idempotencia y distributiva.

En cuanto a las propiedades del operador complementario, se destacan las siguientes:

- Involución  $(a)''=a$
- Teoremas de 'De Morgan, A' [1831]

Donde nos propone la simplificación de expresiones en el álgebra de Boole de gran ayuda. Simplificando las expresiones en las cuales se invierte un producto o suma de variables.

El primer teorema afirma que invertir la suma OR de dos variables es lo mismo que invertir cada variable por separado y luego operarlas con AND.

$$a \wedge b = a \wedge b = 1(-a) \wedge (1 - b)$$

$$a \vee b = a \vee b = 1(-a) \vee (1 - b)$$

## 2. Intervalos de confianza.

Ampliaremos al campo de los reales para poder utilizar todos los recursos económicos, debiendo analizar la variable "x". Para ello, acudiremos a dos expertos, es decir, a dos fuentes de información, para que en términos de intervalos de confianza estructuren el recorrido de la variable.

De esta forma, se denomina intervalo de confianza  $[a_1, a_2]$  que describe el recorrido de la variable "x", cuando la única información disponible es que el extremo inferior es menor o igual que el extremos superior y no se conoce ley o modelo matemático que describa el comportamiento de la variable entre  $a_1$  y  $a_2$ .

Ejemplo: Supongamos que la previsión de ventas de una empresa es  $[200, 250]$ . Cumple que  $200 < 250$ , pero lo más importante es que en este caso la variable es "previsión de ventas"; no nos lleva a ningún modelo matemático conocido, por lo tanto estamos en el campo de la incertidumbre, de la subjetividad.

Los intervalos normalmente se consideran cerrados aunque también son posibles intervalos abiertos a la izquierda y/o a la derecha.

### 2.1 Aritmética de los intervalos de confianza.

Sean  $A = [a_1, a_2] \subset \mathbb{R}$ ,  $B = [b_1, b_2] \subset \mathbb{R}$  y  $C = [c_1, c_2] \subset \mathbb{R}$ , intervalos de confianza, se definen las siguientes operaciones:

### 1. Suma:

$$A (+) B = [a_1, a_2] (+) [b_1, b_2] = [a_1 + b_1, a_2 + b_2]$$

Propiedades:

- Conmutativa:  $A (+) B = B (+) A$
- Asociativa:  $[A (+) B] (+) C = A (+) [B (+) C]$
- Elemento neutro ( $0 = [0, 0]$ ):  $0 (+) A = A (+) 0$

### 2. Resta:

$$A (-) B = [a_1, a_2] (-) [b_1, b_2] = [a_1 - b_2, a_2 - b_1]$$

La resta no cumple las propiedades anteriormente comentadas en la suma.

Como se observa, la sustracción se calculará con la diferencia cruzada de los componentes, excepto en lo denominado “*Diferencia de Minkowsky*” (m) que aparece cuando se realiza una resta como operación que permite resolver una ecuación. En este caso,  $A (m) B = [a_1 - b_1, a_2 - b_2]$ .

### 3. Producto:

$$A (\times) B = [a_1, a_2] (\times) [b_1, b_2] = [\min (a_1 (\times) b_1, a_1 (\times) b_2, a_2 (\times) b_1, a_2 (\times) b_2), \max (a_1 (\times) b_1, a_1 (\times) b_2, a_2 (\times) b_1, a_2 (\times) b_2)].$$

Propiedades:

- Conmutativa:  $A (\times) B = B (\times) A$
- Asociativa:  $[A (\times) B] (\times) C = A (\times) [B (\times) C]$
- Elemento neutro:  $1 (\times) A = A (\times) 1 = A$

### 4. División:

$$A (\div) B = [a_1, a_2] (\div) [b_1, b_2] = [\min (a_1 / b_1, a_1 / b_2, a_2 / b_1, a_2 / b_2), \max (a_1 / b_1, a_1 / b_2, a_2 / b_1, a_2 / b_2)].$$

### 5. Producto y división por un número real:

$$\text{Dado } k \in \mathbb{R} \rightarrow k (\times) A = [\min (ka_1, ka_2), \max (ka_1, ka_2)]$$

$$\text{Dado } k \in \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow A (\div) k = [a_1, a_2] (\div) k = [\min (a_1 / k, a_2 / k), \max (a_1 / k, a_2 / k)]$$

### 6. Maximización y minimización:

Mínimo:  $A \wedge B = [a_1, a_2] \wedge [b_1, b_2] = [\min(a_1, b_1), \min(a_2, b_2)] = [a_1 \wedge b_1, a_2 \wedge b_2]$ .

Máximo:  $A \vee B = [a_1, a_2] \vee [b_1, b_2] = [\max(a_1, b_1), \max(a_2, b_2)] = [a_1 \vee b_1, a_2 \vee b_2]$ .

Propiedades:

- Conmutativa:

$$A (\wedge) B = B (\wedge) A$$

$$A (\vee) B = B (\vee) A$$

- Asociativa:

$$(A (\wedge) B) (\wedge) C = A (\wedge) (B (\wedge) C)$$

$$(A (\vee) B) (\vee) C = A (\vee) (B (\vee) C)$$

- Idempotencia:

$$A (\wedge) A = A$$

$$A (\vee) A = A$$

- Absorción:

$$A (\wedge) (A (\vee) B) = A$$

$$A (\vee) (A (\wedge) B) = A$$

- Distributiva:

$$A (\wedge) (B (\vee) C) = (A (\wedge) B) (\vee) (A (\wedge) C)$$

$$A (\vee) (B (\wedge) C) = (A (\vee) B) (\wedge) (A (\vee) C)$$

## 2.2 Ordenación.

Dado dos intervalos de confianza  $A = [a_1, a_2]$  y  $B = [b_1, b_2]$ , A prevalece a B si y solo si  $a_1 \geq b_1$  y  $a_2 \geq b_2$ , es decir, cuando componente a componente, uno es mayor que el otro.

$$A \geq B \leftrightarrow a_1 \geq b_1 \text{ y } a_2 \geq b_2$$

Es un criterio matemático. Se adopta porque los intervalos de confianza no tienen una ordenación total, sino un orden parcial, ya que existen intervalos que no son comparables directamente. En estos casos es necesario aplicar un criterio subjetivo distinto.

## 3 La teoría de los subconjuntos borrosos.

La teoría de los subconjuntos borrosos fue introducida por Lotfi A. Zadeh en 1965 con su famoso trabajo "Fuzzy sets". Este autor define un subconjunto borroso «como un grupo de objetos con un continuo grado de pertenencia, que está caracterizado por una función característica, que asigna a cada objeto un grado de pertenencia entre el rango que va desde cero a uno». Esta teoría ofrece un camino

natural al tratar con problemas donde la fuente de la imprecisión es la ausencia de criterios marcados, que definen de la pertenencia o no a un grupo, debido principalmente a la presencia de variables inciertas.

Considerando un conjunto referencial E y dentro de él un subconjunto ordinario A,  $A \subset E$  de aquellos elementos que cumplen una característica concreta; permite expresar  $\forall x_i \in E$  la función de pertenencia  $\mu_A(x_i)$  que adopta dos valores:

- $1 \leftrightarrow x_i \in E$
- $0 \leftrightarrow x_i \notin E$

Un *número borroso* se conceptúa como un subconjunto borroso definido en el ámbito de los números reales R, que cumple las propiedades de convexidad y normalidad Kaufmann, A et al. [1990].

«A» es un subconjunto borroso convexo si y sólo si

$$\mu_A[\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2] \geq \text{Min} [\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)] \quad \forall x_1, x_2 \in X; \forall \lambda \in [0,1]$$

«A» es un subconjunto borroso normal si y sólo si

$$\text{MAX} \mu_A(x) = 1$$

De esta forma se concluye la convexidad de un subconjunto borroso cuando por desplazamientos a la izquierda o a la derecha del valor máximo de la función de pertenencia, la pendiente decrece, y es normal si al menos un elemento del subconjunto toma el valor 1 en la función de pertenencia.

Un número borroso se puede representar de dos formas Kaufmann, A. et al. [1987]:

A) *Como un intervalo de confianza.* A cada nivel alfa se le asigna el intervalo de confianza siguiente:

$$\forall \alpha \in [0,1] \quad A(\alpha) = [A_1(\alpha), A_2(\alpha)]$$

Según el grado de pertenencia considerado, obtendremos un intervalo de confianza denominado «alfa-corte», que recogerá todo el abanico de alternativas posibles para el nivel «alfa».

Un número borroso se puede definir asignando un valor a la función característica de pertenencia a unos determinados niveles denominados niveles de presunción, es decir, realizando "cortes" en la representación, se consigue caracterizar el número borroso por los pares nivel de presunción-intervalo de confianza. A cada uno de los cortes se le denomina "alfa-corte".

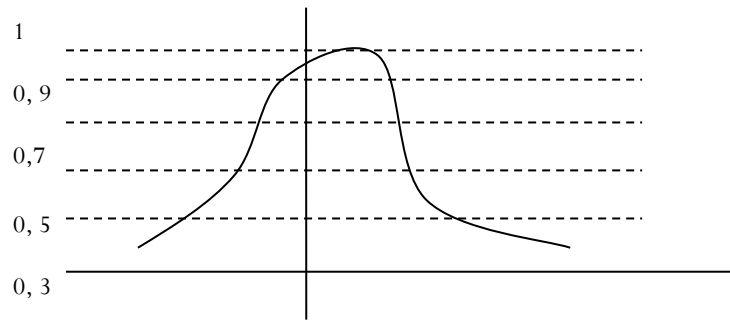


Gráfico 18: Representación del grado de pertenencia y los alfa-cortes

El nivel de máxima presunción (1) se identifica con la pertenencia (verdadero) y el nivel 0 con la no pertenencia (falso).

Se pueden admitir posiciones intermedias entre 0 y 1 existiendo una infinidad de matizaciones a través de las que es posible captar el pensamiento humano formulado en términos semánticos, más allá de la lógica binaria. Para realizar las valuaciones intermedias entre 0 y 1 se toma, en general, un decimal con lo que se consiguen once cortes, o "sistema endecadario", aunque pero pueden realizarse tantos cortes como convenga en función de la información disponible.

B) Como una función. Otra forma consiste en designar la función que representa los niveles del número borroso para cada valor de  $x$ . Para ello hay que determinar la función a la izquierda y a la derecha, tomando una « $x$ » tal que:

$$\mu_1(x) = \mu_2(x) = 1$$

Es conveniente recordar, que se denomina conjunto a un grupo de objetos, distintos entre sí y perfectamente especificados. Si en lugar de considerar todos los elementos se toman sólo alguno de ellos se forma un subconjunto. Al conjunto de referencia se le denomina frecuentemente referencial. De esta forma, dado un referencial  $E$  tal como:

$$E = \{a, b, c, d, e\}$$

Esto es:

$$A = \{a, c, e\}$$

Siendo  $A$ , un subconjunto del referencial  $E$ .

La pertenencia o no pertenencia de los elementos del referencial al subconjunto se utiliza la métrica entre el 1 y el 0 respectivamente, de modo que se puede expresar el subconjunto A de la siguiente forma:

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \end{array}$$

Un subconjunto borroso A o directamente A es un número borroso si cumple las tres propiedades siguientes:

1. El referencial pertenece al campo de los números reales (R).
2. La función característica de pertenencia es normal. La normalidad significa que al menos existe un valor de  $x_i$  tal que su función característica sea igual a 1, es decir, máximo nivel de presunción.

Para cumplir la condición de normalidad es necesario que por lo menos un elemento del subconjunto tenga como valor la unidad en la función característica de pertenencia.

3. La función característica de pertenencia es convexa. A medida que la valuación se acerca a 1, los intervalos de confianza asociados se van encajando entre sí. Para verlo hay que utilizar una técnica matemática llamada "dar el problema por resuelto".

La condición de convexidad se cumple cuando los valores de la función característica de pertenencia "no aumentan" a medida que se realiza un desplazamiento tanto a la derecha como a la izquierda del mayor valor de esta función, al que se le denomina "máximo de presunción".

Un número borroso en el ámbito continuo, puede ser expresado de las siguientes formas:

1. Los intervalos de confianza:

$$\begin{array}{c} [a_1, a_2] \\ [a_1, a_2, a_3] \\ [a_1, [a_2, a_3], a_4] \end{array}$$

2. Los alfa-cortes ( $\alpha$ -cortes):

$A_\alpha = [a_1(\alpha_i), a_2(\alpha_i)] \forall \alpha_i \in [0, 1]$ , donde  $a_1(\alpha_i)$  es una función monótona creciente que va desde el extremo inferior hasta el óptimo y  $a_2(\alpha_i)$  es una función monótona decreciente que va desde el óptimo hasta el extremo superior máximo.

Cuando estas funciones monótonas crecientes y decrecientes son lineales, entonces el número borroso que describe se denomina *número borroso triangular*.

Pero cuando estas funciones monótonas crecientes y decrecientes son lineales y el óptimo es una meseta, describe un número borroso denominado *número borroso trapezoidal*.

3. Mediante la función de pertenencia:

$$\mu_A(x) = \begin{bmatrix} 0 & x_i \leq a_1 \\ \frac{x_i - a_1}{a_2 - a_1} & a_1 \leq x_i \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x_i}{a_3 - a_2} & a_2 \leq x_i \leq a_3 \\ 0 & x_i \geq a_3 \end{bmatrix}$$

Por tanto, el número borroso puede definirse como una sucesión de intervalos de confianza, de forma que a medida que el nivel de presunción alfa disminuye, los intervalos obtenidos encajan progresivamente, es decir, cumplen las siguientes propiedades:

- A cada intervalo de confianza se le asigna un valor alfa entre  $[0, 1]$  de forma que dos intervalos no pueden tener el mismo nivel de presunción alfa.
- Si se designa por B el intervalo de confianza de nivel alfa  $[a_1, a_2]$ , se verifica que:

$$\forall a_1, a_2 \in [0,1] \quad a_1 < a_2$$

$$(a_1, a_2) - [a_1(a_2), a_2(a_2)] \subset [a_1(a_1), a_2(a_1)]$$

Esto es, si alfa crece, el intervalo de confianza correspondiente no crece. Existe un intervalo, y sólo uno, que puede reducirse a la unidad.

Las principales operaciones algebraicas inherentes a los números borrosos son:

1. *Suma de números borrosos:*

Dados dos números borrosos A y B, cuyas funciones de pertenencia son:

$$\mu_A(x) = \begin{bmatrix} 0 & x_i \leq a_1 \\ \frac{x_i - a_1}{a_2 - a_1} & a_1 \leq x_i \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x_i}{a_3 - a_2} & a_2 \leq x_i \leq a_3 \\ 0 & x_i \geq a_3 \end{bmatrix} \quad \mu_B(x) = \begin{bmatrix} 0 & x_i \leq b_1 \\ \frac{x_i - b_1}{b_2 - b_1} & b_1 \leq x_i \leq b_2 \\ \frac{b_3 - x_i}{b_3 - b_2} & b_2 \leq x_i \leq b_3 \\ 0 & x_i \geq b_3 \end{bmatrix}$$



Se define la suma en R, en el ámbito continuo, tomando su  $\alpha$ -corte de la siguiente forma:

$$C = A (+) B \leftrightarrow \alpha \in [0, 1]$$

$$C_\alpha = A_\alpha (+) B_\alpha$$

$$[c_1(\alpha), c_2(\alpha)] = [a_1(\alpha), a_2(\alpha)] (+) [b_1(\alpha), b_2(\alpha)] = [a_1(\alpha) + b_1(\alpha), a_2(\alpha) + b_2(\alpha)]$$

Aplicando a las funciones de pertenencia a la forma  $\alpha$ -cortes:

$$A_\alpha + B_\alpha = [a_1(\alpha), a_2(\alpha)] + [b_1(\alpha), b_2(\alpha)]$$

Con el resultado obtenido en  $\alpha$ -cortes, se vuelve a pasar a la función de pertenencia, obteniendo así, el resultado deseado. Dichos resultados pueden expresarse mediante intervalos de confianza para cada nivel de presunción.

La suma de números borrosos cumple las siguientes propiedades:

- Conmutativa:  $A (+) B = B (+) A$   
 $[a_1(\alpha) + b_1(\alpha), a_2(\alpha) + b_2(\alpha)] = [b_1(\alpha) + a_1(\alpha), b_2(\alpha) + a_2(\alpha)]$
- Asociativa:  $[A (+) B] (+) C = A (+) [B (+) C]$
- Elemento neutro  $A (+) 0 = 0 (+) A = A$

## 2. Resta de números borrosos:

Dados dos números borrosos A y B cuyas funciones de pertenencia son:

$$\mu_A(x) = \begin{bmatrix} 0 & x_i \leq a_1 \\ \frac{x_i - a_1}{a_2 - a_1} & a_1 \leq x_i \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x_i}{a_3 - a_2} & a_2 \leq x_i \leq a_3 \\ 0 & x_i \geq a_3 \end{bmatrix} \quad \mu_B(x) = \begin{bmatrix} 0 & x_i \leq b_1 \\ \frac{x_i - b_1}{b_2 - b_1} & b_1 \leq x_i \leq b_2 \\ \frac{b_3 - x_i}{b_3 - b_2} & b_2 \leq x_i \leq b_3 \\ 0 & x_i \geq b_3 \end{bmatrix}$$

Se define la resta en R, en el ámbito continuo, tomando su  $\alpha$ -corte de la siguiente forma:

$$C = A (-) B \leftrightarrow \alpha \in [0, 1]$$

$$C_\alpha = A_\alpha (-) B_\alpha$$

$$[c_1(\alpha), c_2(\alpha)] = [a_1(\alpha), a_2(\alpha)] (-) [b_1(\alpha), b_2(\alpha)] = [a_1(\alpha) - b_1(\alpha), a_2(\alpha) - b_2(\alpha)]$$

Pasando las funciones de pertenencia a la forma  $\alpha$ -cortes:

$$A_\alpha (-) B_\alpha = [a_1(\alpha), a_2(\alpha)] (-) [b_1(\alpha), b_2(\alpha)]$$

Con el resultado obtenido en  $\alpha$ -cortes, se vuelve a pasar a la función de pertenencia, obteniendo así, el resultado deseado mediante intervalos de confianza para cada nivel de presunción.

Es importante remarcar, que en la operación de resta de números borrosos, no se cumplen las tres propiedades descritas en la suma.

### 3. Multiplicación de números borrosos:

La multiplicación de números borrosos en  $R$  sigue las mismas normas que la de los intervalos de confianza en  $R$ . Así, dados 2 números borrosos  $A$  y  $B$ .

$$\forall \alpha \in [0, 1]$$

$$A_\alpha (\times) B_\alpha = [\min(a_1(\alpha) (\times) b_1(\alpha), a_1(\alpha) (\times) b_2(\alpha), a_2(\alpha) (\times) b_1(\alpha), a_2(\alpha) (\times) b_2(\alpha)), \max(a_1(\alpha) (\times) b_1(\alpha), a_1(\alpha) (\times) b_2(\alpha), a_2(\alpha) (\times) b_1(\alpha), a_2(\alpha) (\times) b_2(\alpha))]$$

En  $R^+$  esta formulación se reduce a:

$$A_\alpha (\times) B_\alpha = [a_1(\alpha) (\times) b_1(\alpha), a_2(\alpha) (\times) b_2(\alpha)]$$

En cuanto a la multiplicación en el ámbito discreto de los números enteros  $Z$ , se utilizará el proceso de *convolución maxmin*, que está condicionado por:

- En la parte izquierda a partir del máximo de presunción ( $\alpha = 1$ ), se considerarán todos los pares para los que se cumple que  $x (\times) y \leq z$ .
- En la parte derecha a partir del máximo de presunción ( $\alpha = 1$ ), se tomarán todos los pares para los que se cumple que  $x (\times) y \geq z$ .

La multiplicación de números borrosos cumple las siguientes propiedades:

- 1) Conmutativa  $A (\times) B = B (\times) A$
- 2) Asociativa  $(A (\times) B) (\times) C = A (\times) (B (\times) C)$
- 3) Elemento neutro  $A (\times) 1 = 1 (\times) A = A$

Si da lugar la multiplicación de un número borroso por un número real, se define la multiplicación como:

$$k(\times) A \alpha = k(\times) [a_1(\alpha), a_2(\alpha)] = [\min(ka_1(\alpha), ka_2(\alpha)), \max(ka_1(\alpha), ka_2(\alpha))]$$

#### 4. División de números borrosos:

Se define la división de A por B en el ámbito continuo, como el producto de A por el pseudo-inverso de B ( $B^{-1}$ ).

$$\forall \alpha \in [0, 1]$$

$$A_{\alpha} (\div) B_{\alpha} = A (\times) B^{-1} = [a_1(\alpha), a_2(\alpha)] (\times) [b_1(\alpha), b_2(\alpha)]^{-1}$$

Al ser necesario la existencia del pseudo-inverso, la división se definirá exclusivamente en  $R^+$  y  $R^-$  (no en  $R$ ).

#### 5. Mínimo y máximo de números borrosos:

El mínimo entre números borrosos se define de la siguiente forma en el ámbito continuo:

$$A_{\alpha} (\wedge) B_{\alpha} = [a_1(\alpha) (\wedge) b_1(\alpha), a_2(\alpha) (\wedge) b_2(\alpha)]$$

Y el máximo entre números borrosos, de la siguiente forma:

$$A_{\alpha} (\vee) B_{\alpha} = [a_1(\alpha) (\vee) b_1(\alpha), a_2(\alpha) (\vee) b_2(\alpha)]$$

Partiendo de los intervalos de confianza pueden realizarse las operaciones siguientes:

1. *Inclusión:* Sea E un conjunto y N su conjunto asociado de pertenencia, y A y B dos subconjuntos borrosos de E; se dirá que A está incluido en B si:

$$\forall x \in E, \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$

2. *Igualdad:* Sea E un conjunto y N su conjunto asociado de pertenencia, y A y B dos subconjuntos borrosos de E; se dirá que A es igual a B si:

$$\forall x \in E, \mu_A(x) = \mu_B(x)$$

3. *Complementación:* Sea E un conjunto y N su conjunto asociado de pertenencia, y A y B dos subconjuntos borrosos de E; se dirá que A y B se complementan si:

$$\forall x \in E, \mu_B(x) = 1 - \mu_A(x)$$

4. *Intersección:* Sea E un conjunto,  $M = [0,1]$  su conjunto asociado de pertenencia, sean A y B dos subconjuntos borrosos de E, se define la intersección:

$$\forall x \in E, \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

5. *Unión:* Sea E un conjunto,  $M = [0,1]$  su conjunto asociado de pertenencia, sean A y B dos subconjuntos borrosos de E, se define la unión:

$$\forall x \in E, \mu_{A \cup B}(x) = \text{Max}(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

6. *Distancia:* Kaufmann, A presenta 4 distancias utilizables de manera recurrente:

- *Distancia de Hamming generalizable a distancia lineal.*

$$d(A, B) = \sum_{i=1}^n [(\mu_A(X_i)) - (\mu_B(X_i))]$$

- *Distancia euclidiana o distancia cuadrática.*

$$e(A, B) = \sqrt{\sum_{i=1}^n [(\mu_A(X_i)) - (\mu_B(X_i))]^2}$$

- *También se denomina norma euclidiana:*

$$e^2(A, B) = \sum_{i=1}^n [(\mu_A(X_i)) - (\mu_B(X_i))]^2$$

- *Distancia de Hamming generalizada relativa.*

$$\delta(A, B) = \frac{d(A, B)}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(\mu_A(X_i)) - (\mu_B(X_i))]$$

- *Distancia relativa euclidiana.*

$$\delta(A, B) = \frac{d(A, B)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(\mu_A(X_i)) - (\mu_B(X_i))]^2}$$

Es conveniente destacar la existencia de una amplia gama de diferentes medidas de distancia, de entre las cuales se pueden destacar las siguientes Gómez-Alonso y Valls, 2008; Kaufmann, A. et al. [1987]. [1990]; Kaufmann, A. et al., [1994]

- La distancia de *Mahalanobis*.

La distancia de Mahalanobis entre los individuos  $i$  y  $j$  la definimos por la expresión:

$$d(i,j) = (W_i - W_j)' V^{-1} (W_i - W_j)$$

Donde la matriz asociada a la forma cuadrática  $V^{-1}$  es la inversa de la matriz de varianzas  $V$ .

Esta distancia presenta las ventajosas propiedades de solventar los dos inconvenientes de la aplicación de la distancia euclídea: Por un lado es invariante ante los cambios de escala y no depende, por tanto de las unidades de medida.

En efecto: Si consideramos las variables originales  $x$  representadas por el vector de variables:

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_n \end{pmatrix}$$

y consideramos su

Transformación lineal a otras nuevas variables,  $y$ ,

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_n \end{pmatrix}$$

Representadas por el vector de variables: que vendrá dada por la relación  $Y = C X$ ; la matriz de varianzas de  $Y$  será:  $V = C' V C$

En el espacio de las nuevas variables los individuos vendrán representados por un nuevo vector:  $W^* = C' W$

La distancia de Mahalanobis sobre las nuevas variables será entonces:

$$D(i,j) = (W_i^* - W_j^*)' V^{-1} (W_i^* - W_j^*) = \\ (W_i - W_j)' C [(C' V^{-1} C)] C' (W_i - W_j) = (W_i - W_j)' V^{-1} (W_i - W_j)$$

Que es la distancia de Mahalanobis calculada sobre las variables originales.

Por otro lado al utilizar la matriz  $V$ , se consideran las correlaciones entre las variables y se corrige el efecto de la redundancia.

Es interesante hacer ahora dos observaciones finales más:

- 1) Si las variables están incorrelacionadas, la distancia de Mahalanobis coincide con la distancia euclídea normalizada.

En efecto: Si las variables están incorrelacionadas la matriz  $V$  coincide con la matriz  $S$ , y, por tanto, la inversa de  $V$  coincidirá con la inversa de  $S$ .

- 2) La distancia de Mahalanobis coincide con la distancia euclídea calculada sobre el espacio de las componentes principales.

Este importante resultado tendrá una consecuencia práctica clave en el desarrollo de nuestro trabajo empírico: el programa de análisis clúster del paquete informático utilizado (S.P.S.S) no dispone de la opción de análisis con la distancia de Mahalanobis, pero basándonos en esta propiedad procederemos a la clusterización equivalente utilizando las componentes principales.

· La distancia de *Manhattan*.

Es una forma de geometría en la cual la métrica usual de la geometría euclidiana es reemplazada por una nueva métrica en la cual la distancia entre dos puntos es la suma de las diferencias (absolutas) de sus coordenadas. Representadas por la siguiente ecuación:

· La distancia de *series temporales*.

La característica de una serie temporal, en contraposición a las observaciones de corte transversal, es que los datos aparecen ordenados cronológicamente.

Las series temporales tienen además otra característica, que hace muy difícil su tratamiento mediante los métodos estadísticos habituales, pues en la mayoría de éstos se exige el cumplimiento del supuesto de independencia de las observaciones, mientras que las series generalmente se caracterizan por la dependencia existente entre observaciones sucesivas.

· La distancia *Chi cuadrado*.

Es un tipo especial de análisis de componentes principales pero realizado sobre una tabla de contingencia y usando una distancia euclídea ponderada llamada *chi-cuadrado*. La distancia chi cuadrado se puede considerar como una distancia euclídea ponderada basada en las proporciones de las columnas. Será igual a cero si las dos columnas tienen los mismos valores para esas proporciones. En general, una tabla de contingencia se define  $r$  filas y  $c$  columnas

La distancia *chi cuadrado* entre las columnas  $i$  y  $j$  se define, entonces, como:

$$d_{ij}^{col} = \sum_{k=1}^r \frac{1}{P_k} (P_{ki} - P_{kj})^2$$

Donde

$$P_k = \frac{nk}{n \dots}$$

Se denominan tablas de perfiles fila y perfiles columna. La distancia *chi cuadrado* se puede considerar como una distancia euclídea ponderada basada en las proporciones de las columnas. Será igual a cero si las dos columnas tienen los mismos valores para esas proporciones. Si observamos que las diferencias al cuadrado anteriores se multiplican o ponderan mediante el factor  $\frac{1}{P_k}$ , de modo que categorías de la variable que está en la columna con pocos valores tienen una mayor influencia en el cálculo de la distancia que la categoría común.

Se puede definir una distancia similar entre dos filas  $i$  y  $j$

$$d_{ij}^{fil} = \sum_{k=1}^c \frac{1}{Q_k} (Q_{ik} - Q_{jk})^2$$

Donde

$$Q_k = \frac{nk}{n \dots}$$

La distancia *chi cuadrado* cumple la propiedad de equivalencia distribucional:

Si dos categorías de los perfiles tienen el mismo valor de perfil, entonces al agruparlas en una única categoría no se modifican las distancias entre el resto de categorías de la tabla que forman las columnas. Lo mismo se puede decir en cuanto a las columnas: si se juntan o separan columnas, esto no afecta a las distancias entre los perfiles fila.

En muchas ocasiones se habla del concepto de masa de una fila o una columna de una tabla de contingencia. Esto es simplemente la proporción de observaciones de la fila (o columna) respecto al total de observaciones ( $n_{i\cdot}/n \dots$ ). El perfil medio de las filas (la fila media de perfiles) es el centroide de los perfiles fila cuando se calcula la media ponderando cada perfil por su masa. Todo esto mismo, obviamente, se puede considerar para las columnas.

· La distancia de Edit o de Levenshtein.

Se le denomina *Distancia de Levenshtein*, a la distancia de edición, o distancia entre palabras, al número mínimo de operaciones requeridas para transformar una cadena de caracteres en otra. Se entiende por operación, bien una inserción, eliminación o la sustitución de un carácter

· La distancia de Dalmerau-Levenshtein.

Mientras que a la *distancia de Dalmerau-Levenshtein* o distancia de edición se le denomina al número mínimo de operaciones requeridas para transformar una cadena de caracteres en otra. Se entiende por operación, bien una inserción, eliminación, sustitución o transposición de dos caracteres. Lo que la distingue de la *distancia de Levenshtein* es que ésta última cuenta como una sola operación de edición a cualquiera de las tres primeras, pero cuenta la transposición como dos operaciones de edición.

Definidas las principales propiedades y operaciones del álgebra borrosa, es especialmente relevante para el desarrollo de esta investigación análisis particular de una tipología concreta de número borroso, el número borroso triangular.

Un número borroso triangular (NBT) puede definirse como aquel que se halla determinado por tres cantidades: una, por debajo de la cual no va a descender; otra, por encima de la cual no es posible llegar, y una tercera que representa el máximo nivel de presunción.

Los números borrosos triangulares presentan funciones lineales, siendo su notación:

$$A = (a_1, a_2, a_3) \quad a_1 \in \mathbb{R}, a_2 \in \mathbb{R}, a_3 \in \mathbb{R} \quad a_1 \leq a_2 \leq a_3$$

Y se representa de la siguiente manera:

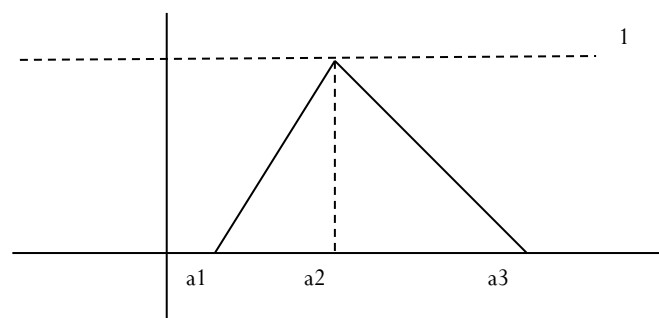


Gráfico 19: Representación de un número borroso triangular

En este caso, el máximo de presunción es único, y la función característica de pertenencia es lineal en ambos sentidos, es decir, decrece al mismo ritmo para valores decrecientes y para valores crecientes del referencial, si bien no tiene por qué decrecer al mismo ritmo en ambos sentidos.



El número borroso triangular se puede transformar en un intervalo de confianza de la misma forma que con los números borrosos, expresados en términos de nivel de presunción-intervalo de confianza.

En el caso de los números borrosos triangulares se supone que se ha estimado el valor de la función característica de pertenencia de todos los valores del referencial, mientras que cuando sólo se posee información de los extremos  $a_1$  y  $a_3$  y del máximo de presunción, se trata de una "tripleta de confianza".

Para establecer un orden entre números borrosos o tripletas de confianza será necesario establecer algún criterio, destacando a este respecto el *método del centroide*, que consiste en calcular la distancia de cada tripleta de confianza respecto a su óptimo o a un punto dado ( $k$ ), de forma que en función del orden que se pretenda preestablecer (de mayor a menor o viceversa) se establecerá cual es el mayor de los números dados.

Para ello, se calculará la distancia a la izquierda ( $dI$ ) que se define como el área desde  $k$  hasta el lado izquierdo de la tripleta y la distancia a la derecha ( $dD$ ) que será el área desde  $k$  hasta el lado derecho del número. El centroide se define entonces como la media entre ambas distancias.

Es un caso particular de NBT donde el máximo de presunción corresponde a un intervalo de confianza y no a un número. Se representan mediante 4 valores en forma de tripleta de confianza ampliada o cuádrupla de confianza (forma cuaternaria).

$$A = (a_1, [a_2, a_3], a_4)$$

La base de los subconjuntos  $\varphi$ -borroso radica en los intervalos de confianza. Gil Aluja (1998) los define como un subconjunto definido como:

$$A = [a_1, a_2], a_1 \leq a_2, a_1 \text{ y } a_2 \text{ perteneciente a } R$$

Estando cerrado a la izquierda y cerrado a la derecha.

Las propiedades de los intervalos en  $R$  son:

- *Igualdad*:  $(a_1 = b_1 \text{ y } a_2 = b_2) \leftrightarrow ([a_1, a_2] = [b_1, b_2])$
- *Suma*:  $[a_1, a_2] (+) [b_1, b_2] = [a_1 + b_1, a_2 + b_2]$
- *Sustracción*:  $[a_1, a_2] (-) [b_1, b_2] = [a_1 - b_2, a_2 - b_1]$
- *Complementario*: El complemento de  $A$  se escribe:

$$A^- = [-a_2, -a_1]$$

$$\text{Para } A = [a_1, a_2]$$

La operación (+) en los intervalos de confianza es conmutativa, asociativa y posee un neutro pero no forma un grupo dado que:

$$A (+) A^{-1} = 0 \text{ (excepto si } A \text{ se reduce a un real)}$$

- *Multiplicación en  $\mathbb{R}^+$* :  $[a_1, a_2] (\cdot) [b_1, b_2] = [a_1 (\cdot) b_1, a_2 (\cdot) b_2]$
- *Multiplicación en  $\mathbb{R}$* :  $[a_1, a_2] (\cdot) [b_1, b_2] = [\text{Min } (a_1 (\cdot) b_1, a_1 (\cdot) b_2, a_2 (\cdot) b_1, a_2 (\cdot) b_2), \text{Max } (a_1 (\cdot) b_1, a_1 (\cdot) b_2, a_2 (\cdot) b_1, a_2 (\cdot) b_2)]$
- *División*:  $A (\cdot) B = A (\cdot) B^{-1}$
- *Multiplicación por un real*:  $A = [a_1, a_2]$ ,  $a_1$  y  $a_2 \in \mathbb{R}$   
Entonces  $K (\cdot) A = [\text{Min } (K (\cdot) a_1, K (\cdot) a_2), \text{Max } (K \cdot a_1, K \cdot a_2)]$
- *División por un real*:  $K 1 = 1 / K$

## **Capítulo 9**

### **Teoría general de los expertones y la defuzzificación**

---

1. Concepto de expertón
2. Ordenación del proceso de expertones
3. Concepto de defuzzificación



## 1. Concepto de expertón

El concepto de expertón se atribuye a Kaufmann, A et al. [1978] y representa la fusión de las opiniones de los expertos expresadas con intervalos, y transformadas a un número borroso. Mediante esta técnica, se inicia el proceso solicitando a los expertos valuaciones en  $[0, 1]$  (usualmente, con un sistema endecadario), dichas opiniones se ordenan, procesan y unifican en forma de subconjunto borroso y mediante el uso de intervalos de confianza, dando lugar al expertón.

Pueden efectuarse mediante expertones todas las operaciones que se hacen con los subconjuntos borrosos y los intervalos de confianza.

La metodología concreta del cálculo de los expertones, implica un cálculo secuencial donde los datos son reposicionados y simplificados. Por la acumulación de cálculos, a continuación se detallan los pasos y procesos del método.

Paso 1: Se consulta a un número  $N$  de expertos una estimación. La respuesta a la consulta se presenta mediante el siguiente formato:

- Nivel de coste de máxima presunción: representado por un número concreto.
- Estimación del nivel de variación mínima y máxima en relación al coste de máxima presunción.

Experto	mínimo estimado	Estimación de máxima presunción	máximo estimado
1	E1min	E1j	E1max
2	E2min	E2j	E2max
3	E3min	E3j	E3max
4	E4min	E4j	E4max
5	E5min	E5j	E5max

Tabla 10: Estimación del nivel de variación mínima y máxima en relación al coste de máxima presunción

De este primer muestreo se obtiene inicial promedio, ( $I_p$ ) siendo la media de las previsiones del nivel de máxima presunción esto es:

$$I_p = \sum_{j=1}^n E_j / n$$

La anterior expresión, dado que opera sobre un intervalo, se expresa igualmente por intervalo ( $I_{pmin}$ ,  $I_{pmax}$ ). Con el objetivo de acotar el intervalo y reforzar la previsión, se consulta a un segundo grupo de expertos, el grado de acierto en relación a la previsión. El objetivo es lograr el  $R^+$  expertón.

Con ese objetivo, se solicita la opinión a un segundo grupo de expertos, y expresada mediante intervalos de confianza o números precisos en un sistema endecario en los valores comprendidos en [0, 1] con la siguiente correspondencia semántica:

- 0,0:  $I_{pmin}$  es correcto
- 0,1: prácticamente  $I_{pmin}$
- 0,2: casi  $I_{pmin}$
- 0,3: cercano a  $I_{pmin}$
- 0,4: más cerca de  $I_{pmin}$  que de  $I_{pmax}$
- 0,5: tan cerca de  $I_{pmin}$  que de  $I_{pmax}$
- 0,6: más cerca de  $I_{pmax}$  que de  $I_{pmin}$
- 0,7: cercano a  $I_{pmax}$
- 0,8: casi  $I_{pmax}$
- 0,9: prácticamente  $I_{pmax}$
- 1,0:  $I_{pmax}$  es correcto

Una vez recogidas las opiniones, se procede a la construcción del Expertón correspondiente, para lo que primero se determinarán las frecuencias absolutas, seguidamente se calcularán las frecuencias relativas, y por último se determinarán las frecuencias acumuladas inversas.

## 2. Ordenación del proceso de expertones

Los datos obtenidos del segundo grupo de expertos sigue el siguiente proceso ordenado:

1. Captación de las valoraciones

Contraexpertos	Valoraciones
a	[a1 , a2]
b	[b1 , b2]
c	[c1 , c2]
d	[d1 , d2]
e	[e1 , e2]

Tabla 11: Captación de valoraciones

## 2. Clasificación de las frecuencias absolutas

Para establecer las frecuencias absolutas, se determina el número de veces que aparece cada valor en los extremos inferiores ( $L_i$ ) y superiores ( $L_s$ ) del intervalo, así como en el centro del mismo ( $V_c$ ), pues frecuentemente las opiniones vendrán expresadas en tripletas de confianza.

0	$L_i \quad V_c \quad L_s$
0,1	
0,2	
,	
,	
,	
,	
,	
0,8	
0,9	
1	

Tabla 12: Clasificación de frecuencias absolutas

Posteriormente, se procede a dividir las frecuencias absolutas entre el número de expertos que participan en el proceso a fin de establecer las frecuencias relativas.

## 3. Tabla de frecuencias relativas

0	$(L_i/m) \quad (V_c/m) \quad (L_s /m)$
0.1	
0.2	
,	
,	
,	
,	
,	
0.8	
0.9	
1	

Tabla 13: Clasificación de frecuencias relativas

En este punto, procede calcular las funciones acumuladas inversas, empezando por acumular de forma ascendente a partir del nivel 1, con lo se habrá construido el Expertón.

Puesto que las opiniones con frecuencia vendrán expresadas en tripletas de confianza, posiblemente se obtenga un M-Expertón donde,  $L_i$  es el límite inferior,  $V_c$  el valor central y  $L_s$  el límite superior.

## 4. Tabla de frecuencias acumuladas inversas o M-Expertón

Una vez determinado el Expertón, el paso siguiente es efectuar las transformaciones oportunas que faciliten la obtención del  $R^+$  expertón, lo que permitirá la expresión de las opiniones de los expertos. Si se partiera de un M-Expertón, el resultado a obtener sería un  $R + M$ -Expertón.

## 5. Cálculo del R<sup>+</sup>-Expertón

0	R+Ex = a1s + (a2s-a1s) x M-ex
0.1	
0.2	
,	
,	
,	
,	
,	
0.8	
0.9	
1	

Tabla 14: Cálculos de R+- Expertón

Siendo la esperanza matemática del R-Ex = media columnas excepto columna 0 y dividido por 10,

Cuando concurren diversas opiniones de expertos puede suceder que haya puntos de vista divergentes o que se encuentren muy alejados de la media. Cuando suceden este tipo de situaciones son conocidas diversas técnicas de filtrado y criba de datos. Así, Chen-Tung Hsu [1996] usan una agregación de opiniones borrosas bajo grupos de decisión en los cuales se utiliza un determinado grado de acuerdo. Esta metodología permite la expresión de opiniones que difieran mucho de las demás, proponiéndose una nueva fase de reconsideración de su opinión.

La variable  $\tilde{C}$  ha sido evaluada por un grupo de expertos en esta cuestión. Esto permitirá crear un haz de números borrosos correspondiente a la estimación la variable.

Se suele considerar adecuado hallar un número borroso (NB) medio, el cual ha sido debidamente ponderado:

$$\tilde{C} = (\bar{a}, \bar{b}) = 1 (\sum_i w_i a_i, \sum_i w_i b_i), \text{ con } \sum_i w_i$$

En el caso de que se presenten opiniones muy alejadas de la media el método Delphi (Kaufmann, A. et al. [1996] trata dicha problemática. Si suministra a cada experto la distancia existente entre su opinión y la media, para que pueda replantearse su opinión, se así lo desea.

El cálculo de las distancias absolutas se realiza por comparación entre los anteriores números borrosos. Distinguiendo dos posibles casos:

1.- Si no se cruzan la función de pertenencia del experto y la media o agregada:



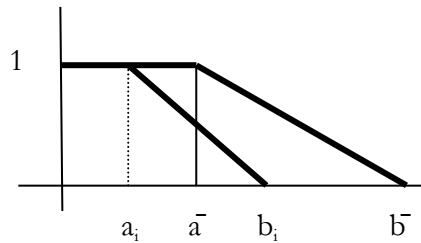


Gráfico 20: Representación gráfica cuando la función de pertenencia del expertón no se cruza con la media o agregada

Cada una de las distancias está representada por el área del trapecio resultante:

$$D_i = \frac{1}{2} [ |a_i - \bar{a}| + |b_i - \bar{b}| ]$$

2.- Si se cruzan las funciones de pertenencia.

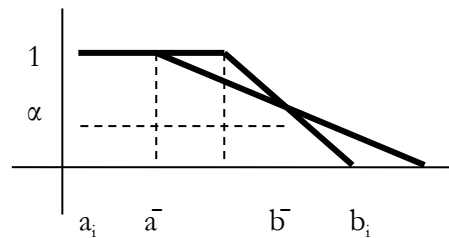


Gráfico 21: Representación gráfica cuando la función de pertenencia del expertón se cruza con la media o agregada

En este caso la desviación absoluta se halla mediante la suma de las áreas de los triángulos surgidos.

Por semejanza de triángulos se cumplirá:

$$\frac{\alpha}{|b_i - \bar{b}|} = \frac{1 - \alpha}{|a_i - \bar{a}|}$$

Operando algebraicamente obtenemos la desviación absoluta como:

$$D_i = \frac{1}{2} \frac{(a_i - \bar{a})^2}{|a_i - \bar{a}|} + \frac{(b_i - \bar{b})^2}{|b_i - \bar{b}|}$$

Para el cálculo de la dispersión utilizaremos el coeficiente de variación por ser adimensional, que vendrá representado en el caso del extremo inferior por:

$$CV_a = \frac{\sigma_a}{\bar{a}} (\sum_i \omega_j (a_i - \bar{a})^2)^{1/2}$$

Fijamos un CV\* que detenga el proceso, representado por:

$$\bar{a} \max \{ CV_a^1, CV_b^1 \} \leq CV^*$$

En caso contrario, el proceso será iterativo: información / nueva opinión.

Pudiéndose tener en cuenta en esta fase algunos contrastes (Grubbs, Dixon, Thomson, etc.) para la eliminación de valores atípicos.

Con la nueva información se procederá al cálculo de nuevos valores  $\bar{a}$  y  $\bar{b}$  que continúan el proceso.

Sin embargo, debemos considerar que en alguna de las fases la nueva información poco puede aportar al modelo, puesto que no difieren sensiblemente de la fase anterior.

La prueba de signo-rango de Wilcoxon nos ofrece una herramienta adecuada para la comparación de dos pruebas con datos aparejados, puesto que tiene en cuenta tanto el signo como la magnitud de las diferencias.

Bajo la hipótesis nula se espera que las sumas de rangos positivos sea igual a las suma de rangos negativos, rechazándose dicha hipótesis al obtener un estadístico T igual o menor que el valor crítico. En caso contrario, continuará el proceso hasta que se dé algunas de las siguientes condiciones:

- 1.- Se alcance el número máximo de iteraciones.
- 2.-  $\max. \{CV_a^j, CV_b^j\} \leq CV^*$
- 3.- Se acepte la hipótesis  $H_0$ .

De esta forma, el proceso se detiene aunque el coeficiente de variación sea elevado.

### 3. Concepto de defuzzificación

Después de realizado el Proceso de Inferencia (aplicación de normas para llegar a un resultado), se realiza el proceso de Defuzzificación, proceso inverso de la fuzzificación, es decir, es la acción de convertir un valor difuso en un valor exacto.

Existen diversas funciones matemáticas para determinar un valor, así:

- *Función de Máxima Membresía*: Es también conocido como el método de altura, la salida es la máxima altura del conjunto difuso final.
- *Método Centroide*: Llamado centro de área, centro de gravedad o *método de Sugeno*, es el método más usado y más potente.

- *Método de Máximo Promedio Eficaz*: Utiliza el valor de la media eficaz del máximo. Se usa sólo para conjuntos difusos de salida simétricos.
- *Método Máximo Medio*: Igual que el anterior, pero solamente saca al máximo medio como salida.

Los dos requerimientos generalmente contradictorios en el diseño de la información sustentada en números borrosos son la interpretabilidad y la precisión. La interpretabilidad es la capacidad de expresar el comportamiento del sistema real de una forma entendible. La precisión es la capacidad de representar fielmente el comportamiento del sistema real. En la práctica, una de estas dos propiedades prevalece sobre la otra, es decir, los sistemas más interpretables son menos precisos y los más precisos son menos interpretables. Los analistas tratan de buscar un balance entre precisión e interpretabilidad. Este equilibrio implica, entre otras consideraciones, expresar números borrosos en números naturales. Esta transformación de lo borroso a lo concreto es el proceso de defuzzificación Herrera, F. [2004].

El proceso de defuzzificación transforma un conjunto borroso, es decir un conjunto de variables lingüísticas con sus respectivos grados de pertenencia, en un número concreto. La metodología de defuzzificación es una parcela amplia y compleja de la lógica borrosa, que en si misma constituye una línea de investigación. Dada la finalidad de este trabajo, centraremos nuestra atención en unos métodos concretos cuyas características son aptas para el objetivo de fondo de la investigación, esto es, la estandarización de costes.

Un defuzzificador de probada validez matemática Escamilla, J. [1998] es el método del Centroide. Matemáticamente, el método del centroide se define por:

$$Z_0 = \frac{\int_z C(z)zdz}{\int_z C(z)dz}$$

Siendo:

$$\int_z C(z)zdz = \text{área de la conclusión difusa } C'$$

$Z_0$  = centro de gravedad (acción de control concreta) de la función de pertenencia resultante  $c'(z)$  de la evaluación de reglas.

A su vez, el centro de gravedad se obtiene aplicando la siguiente fórmula:

$$Z_0 = \frac{\sum_{i=1}^n w_i c_i l_i}{\sum_{i=1}^n w_i l_i}$$

Siendo:

$Z_0$  = centro de gravedad global (acción de control concreta)

$w_i$  = grado de influencia de la regla  $i$

$c_i$  = centro de gravedad local del conjunto difuso  $C_i$

$I_i$  = área del conjunto difuso  $C_i$

$i = 1, 2, \dots, n$ ;  $n$  = número de reglas.

El método del centroide puede simplificarse si los conjuntos difusos (valores) de la variable lingüística de salida son singletons. Un singleton es un conjunto difuso cuya función de membresía es siempre igual a 1 y cuyo soporte es un sólo punto en  $U$ .

Considerando las propiedades del Singleton, el área  $I_i$  del respectivo singleton es siempre igual a 1; por otro lado, el centroide del singleton es el mismo punto de  $U$  que lo define. Bajo estas circunstancias la expresión de matemática se reduce a:

$$Z_0 = \frac{\sum_{i=1}^n w_i S_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

Siendo:

$Z_0$  = centro de gravedad global (acción de control concreta)

$w_i$  = grado de influencia de la regla  $i$

$S_i$  = singleton en la conclusión de la regla  $i$

$i = 1, 2, \dots, n$ ;  $n$  = número de reglas.

Como alternativa al método del centroide, conviene señalar a los métodos de defuzzificación adaptativos. Estas metodologías primero defuzzifican la aportación individual de la inferencia obtenida y posteriormente se computa una suma ponderada Herrera, F. [2004]. El empleo de esta conversión equivale a realizar una modificación lingüística de la estructura de la regla. La modificación lingüística de la regla consiste en relajar la estructura de dicha regla cambiando ligeramente el significado de las etiquetas involucradas. Concretamente, la equivalencia se produce cuando la modificación lingüística se utiliza para cambiar la forma de la función de pertenencia del conjunto borroso asociado. Esta modificación es no lineal lo que mantiene inalterado el soporte del conjunto borroso.

De esta forma, cuando el conjunto borroso es modificado por un valor en la potencia mayor que 1, la función de pertenencia se contrae. Cuando el conjunto difuso se modifica con valores menores que 1, la función de pertenencia se expande.

La expresión formal que se emplea generalmente para generar los métodos de defuzzificación adaptativos es:

$$y_0 = \frac{\sum_i^n f(h_i) V_i}{\sum_i^n f(h_i)}$$

Siendo:

$h_i$  = grado de emparejamiento

$f(h_i)$  = término funcional del grado de emparejamiento

$V_i$  = valor máximo (MVi) o el centro de gravedad (CGi)

Como caso específico proceso de defuzzificación adaptativo, se encuentra el método Slide que se expresa según:

$$D_{\text{SLIDE}} = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_B(y_i) J_i y_i}{\sum_{i=1}^n \mu_B(y_i) J_i}$$

Con:

$$J_i = \begin{cases} 1 - \delta, & \mu_B(y_i) < \sigma \\ 1, & \mu_B(y_i) \geq \sigma \end{cases}$$

Así, los parámetros de defuzzificación son definidos en los siguientes intervalos:

$$\sigma \in [0,1] \text{ y } \delta \in [0,1]$$



## **Parte III**

# **El uso de la lógica borrosa en el cálculo de los estándares.**





## Capítulo 10

### Aplicaciones de la teoría de los conjuntos borrosos en la investigación de gestión de producción

---

1. Introducción
2. Teoría de conjuntos borrosos y de investigación de gestión de la producción
3. Programación del trabajo
  - 3.1. La lógica difusa y sus aplicaciones referidas a la cadena de suministro
  - 3.2. La lógica difusa y sus aplicaciones en los modelos de cantidad económica de pedido (EOQ)
  - 3.3. La lógica difusa y sus aplicaciones referidas a la planificación de requerimientos de materiales (MRP)
  - 3.4. La lógica difusa y sus aplicaciones en la planificación de recursos de la empresa (ERP)
  - 3.5. La lógica difusa y sus aplicaciones en la planificación del inventario
    - 3.5.1 Modelo de inventario permanente sin pedido pendiente y difuso
4. Gestión de proyectos
  - 4.1. Gestión de proyectos
  - 4.2. Gestión de investigación y desarrollo (I+D)
  - 4.3. Gestión de calidad



## 1. Introducción

La teoría de la lógica difusa ha sido esgrimida para organizar sistemas que son difíciles de definir con precisión. La teoría de los conjuntos borrosos representa una herramienta seductora a las ayudas de investigación en gestión de producción cuando la dinámica del entorno de producción delimita la especificación de los objetivos del modelo, las restricciones y la medición precisa de parámetros del modelo.

El prematuro interés en la teoría de los conjuntos borroso se refería a que representa incertidumbre en los procesos cognitivos humanos (véase por ejemplo Zadeh (1965)). La teoría de los conjuntos difusos se aplica ahora a problemas de ingeniería, negocios, ciencias de la salud médica y naturales.

Las aportaciones de Zimmerman [1983], Lai y Hwang [1992] sobre la lógica difusa en la investigación de las operaciones y difusa múltiples para objetivos, o bien, Maier y Sherif [1985] sobre controladores industriales difusos nos proporcionan un índice de aplicaciones de la teoría de conjuntos difusa a áreas temáticas, incluyendo la toma de decisiones, la economía, la ingeniería y la investigación de operaciones.

La teoría de los conjuntos difusos es utilizada como una metodología de modelado y análisis de sistemas de decisión, de particular interés para los investigadores en la gestión de la producción y como modelo de problemas que implican la vaguedad e imprecisiones. Karwowski y Evans [1986] identifican posibles aplicaciones, a las siguientes áreas de gestión de la producción:

- \* Análisis de coste-beneficio de desarrollo de nuevos productos
- \* Instalaciones de ubicación y diseño
- \* Planificación y control, gestión de inventario
- \* Calidad de la producción y coste.

Nos identifican tres razones principales por qué la teoría de conjuntos difusa es pertinente a la investigación de gestión de la producción:

- En primer lugar, las imprecisiones y vaguedad son inherentes a modelo mental de la toma de decisiones. Por lo tanto, utiliza la adopción-decisión- experiencia para complementar las teorías establecidas para fomentar una mejor comprensión del problema.
- En segundo lugar, en el entorno de la administración de la producción, la información necesaria para formular objetivos sobre un modelo, sus parámetros, sus restricciones y sus variables de decisión que pueden ser vagos o no precisamente mensurables.
- En tercer lugar, imprecisiones y vaguedad por la parcialidad personal y la opinión subjetiva puede amortiguar aún más la calidad y la cantidad de información disponible.

Reig, J, Sansalvador, M.E. y Trigueros J.A. [2000] nos exponen la indiscutibilidad de la contribución de las teorías estadísticas al conocimiento profundo de los datos y del desarrollo de la comunicación moderna, si bien se han planteado problemáticas centradas no en el transacción de la información sino en el significado de la misma, como son la información acumulada en las bases de datos y su lenguaje, la representación del conocimiento, la robótica, la toma de decisiones bajo incertidumbre, etc.

A modo enunciativo Reig J. et al. [2000] nos exponen algunos de los más relevantes estudios que evidencian la utilidad de la lógica difusa en el campo concreto de la administración y gestión de empresas:

- *Esp, Sistema experto utilizado en la planificación estratégica.* Zimmerman, 1989.
- *Aproximación borrosa al problema del transporte.* Chanas. 1984.
- *Modelo de decisión con criterio de optimización.* Von Altrock. 1990.
- *Modelo de control de sistemas de manufactura flexible (FMS).* Hintz et al 1989.
- *Modelo de producción agregada y planificación de inventarios.* Rinks 1982
- *Modelo de programación lineal borrosa para el mantenimiento de los inventarios.* Holtz 1981
- *Modelo de localización de plantas industriales.* Darzentas 1987
- *Incorporación de métodos borrosos el estudio de los seguros de vida.* Terceño et al. 1996.
- *Aplicación de la selección de cartera.* Lorenzana et al. 1996
- *Modelos para la selección de estrategias para la entrada en mercados extranjeros.* López 1996
- *En el campo del marketing destacan las aplicaciones realizadas por* Gil Lafuente 1997.

## **2. Teoría de conjuntos borrosos y de investigación de gestión de la producción**

La lógica difusa ha evolucionado en el transcurso de estos últimos años ampliando su desarrollo hacia una gama más amplia de campos como la medicina, la economía, la inteligencia artificial, el urbanismo o bien la producción industrial.

Las aportaciones de las teorías o sistemas basadas en la Fuzzy Lógic tienen aplicaciones sociales como modelos humanos que ayudan a la toma de decisiones en la planificación, evaluación y toma de decisiones de organizaciones, en análisis de riesgos y prevención de roturas, como nos expone Hurtado, A.J y Tinto, J [2009] o bien, Andrés, J [2006].

La ambigüedad producida en el empleo de las matemáticas tradicionales en imprecisiones razonadas en puntos como el alto volumen de datos que frecuentemente se deben usar, el tiempo, ya que nos

encontramos ante ciclos altamente cambiante y de corta duración, el espacio y el entorno competitivo de las empresas se expresa también en el círculo de la incertidumbre y la contabilidad, como por ejemplo:

- El ajuste de los estados contables a la situación financiera real de la empresa.
- La investigación del razonamiento de las desviaciones en un sistema de control interno débil.
- Incrementar el tamaño de la muestra si la materialidad es débil en el control interno.
- La localización de los costes internos utilizando bases adecuadas.
- O bien considerar varios productos como uno solo cuando sus niveles de ventas son pequeños.

La amplitud de estudios llevados a cabo a través de la regresión difusa en un contexto biblioeconómico los podemos clasificar en los siguientes grupos de trabajo:

#### 1. Programación del trabajo

- a. La lógica difusa y sus aplicaciones referidas a la cadena de suministro.
- b. La lógica difusa y sus aplicaciones en los modelos de cantidad económica de pedido (EOQ).
- c. La lógica difusa y sus aplicaciones referidas a la planificación de requerimientos de materiales (MRP).
- d. La lógica difusa y sus aplicaciones en la planificación de recursos de la empresa (ERP).
- e. La lógica difusa y sus aplicaciones en la planificación de los inventarios.

#### 2. Gestión de proyectos

- a. Gestión de proyectos
- b. Gestión de investigación y desarrollo (I+D)
- c. Gestión de calidad

### 3. Programación del trabajo

Vergara Rodríguez, C.J. y Gaviria Montoya, H.A [2009] nos teorizan sobre un modelo de programación lineal difuso para solucionar un problema de programación agregada de la producción cuando la demanda es un parámetro que posee incertidumbre, para esto fue necesario plantear un modelo de programación lineal para la programación agregada y donde nos exponen la necesidad por parte de los administradores de una creciente conciencia de la producción, acerca de la necesidad de lograr un flujo rápido y sin tropiezos de los materiales en las operaciones de manufactura, de acuerdo con la demanda del mercado.

Pero pocas empresas han logrado avances en esta meta. La razón principal para la carencia en avances no ha sido la falta de esfuerzo. En realidad, casi todas las empresas han gastado grandes cantidades de tiempo y dinero para implementar diversos programas destinados a mejorar la productividad en su

trabajo. No obstante, la mayoría de los administradores se encuentran desilusionados con los resultados.

Una de las labores de los administradores de la producción es tratar de limitar los efectos perjudiciales de las restricciones en la productividad y rentabilidad de la empresa. Antes de comenzar a determinar las restricciones en un problema de programación de la producción es necesario entender los diversos tipos de restricciones inherentes a los sistemas de manufactura [Umble, 1995].

Existen diferentes formas de clasificar las restricciones; la clasificación que utilizaremos será la que propone Michael Umble en su obra *Manufactura Sincrónica* [1995], este clasifica las restricciones como de mercados, de capacidad, de materiales, logísticas, administrativas y conductuales.

- *Restricciones de mercados:* El factor crítico que impulsa a cualquier planta manufacturera es la demanda del mercado, que determina los límites del rendimiento específico dentro de los cuales debe funcionar la empresa. El tipo de producto por el cual hay demanda, lo determina el mercado. Hay ciertas consideraciones adicionales, como límites de cantidad, necesidades de tiempo de espera, precios de competencia y normas de calidad que por lo general no son establecidas por la empresa, sino por el mercado.
- *Restricciones de materiales e inventario:* Si no se cuenta con los insumos necesarios, se debe cerrar el proceso de manufactura. Los administradores han conocido este principio desde que empezaron los trabajos de producción. La necesidad de tener suficiente materia prima y producción en proceso para sostener la marcha del proceso de producción ha dado origen, de hecho, a una gran cantidad de sistemas de control de materiales, muchos de los cuales están pensados para garantizar una súper abundancia de los mismos. Se puede considerar que las restricciones de materiales son a corto plazo o a largo plazo. Las restricciones de inventario mantienen el balance del inventario, así, el inventario al final de un período no es más que el inventario al principio del período más la producción fabricada dentro del período descontando las entregas del período concerniente. Hasta aquí eran las restricciones necesarias para encontrar una solución factible. Ahora, se pueden plantear otro tipo de restricciones que limitan los recursos, ya sean políticas o imposiciones del sistema. Otro aspecto que tiene en cuenta las restricciones de inventario son los límites de inventario por período; esta restricción se encuentra cuando hay limitaciones para mantener un nivel de inventario inferior al tope, usualmente por razones de espacio en bodega, además puede haber stock de seguridad, el cual debe de asegurar que exista ese nivel mínimo de inventario al final del período. Correa, J. [2004].
- *Restricciones de capacidad:* Existen dos factores muy importantes que influyen directamente en la capacidad de una planta para mantener el flujo de producción deseado en una forma uniforme y

oportuna. Uno de ellos es la disponibilidad de materiales, ya comentada. El otro es la disponibilidad de capacidad. Se dice que hay una restricción de capacidad cuando la capacidad disponible en un recurso puede ser insuficiente para responder a la carga de trabajo necesaria para apoyar el rendimiento específico deseado. El resultado es una posible alteración en el flujo de los productos. Cuando se pide a los administradores señalar las restricciones en su proceso de producción, las restricciones de capacidad son las primeras que se mencionan. Es decir, hay ciertos recursos que, debido a la aparente carencia de capacidad disponible, ocasionan alteraciones en el movimiento uniforme de los productos en toda la planta. Cuando se puede determinar cuáles son estos recursos suelen recibir atención especial de los administradores.

- *Restricciones logísticas:* Cualquier restricción inherente al sistema de programación y control de la manufactura utilizado en la empresa, se cataloga como una restricción logística. El efecto primario de este tipo de restricción es que actúa como un impedimento para el flujo uniforme de los artículos a través del sistema. Estas restricciones suelen ser integradas al sistema de manufactura y pueden ser difíciles de cambiar. En la práctica, algunos administradores no suelen reconocer las restricciones logísticas como factores o parámetros que se pueden manejar. Pero si las restricciones impuestas por el sistema de programación y control son muy serias, entonces hay que modificar o cambiar el sistema.
- *Restricciones administrativas:* Las restricciones administrativa son las estrategias y políticas de la empresa implantadas por la gerencia, y que perjudican todas las decisiones relacionadas con la manufacturas, en muchos casos, las restricciones administrativas son el resultado de una falta de comprensión de los factores que mejoran o dañan un proceso de manufactura. Las restricciones administrativas pueden influir en el sistema en dos formas básicas. Pueden producir situaciones que lleven a la sub-optimización del sistema o pueden agravar el efecto de otras restricciones ya presente en el mismo. Las restricciones administrativas pueden tener el efecto de amplificar los problemas ocasionados en el sistema por las otras restricciones.
- *Restricciones conductuales.* Hasta cierto grado, las empresas se pueden caracterizar por las actitudes y conductas de su fuerza de trabajo. En el momento en el cuál se ejerciten conductas que vayan en contra de los procesos de manufactura, estas conductas se vuelven una restricción para el sistema. Las restricciones conductuales pueden surgir por los hábitos, métodos y actitudes de los administradores o de los trabajadores. Estas actitudes reflejan a menudo costumbres y cultura, los patrones conductuales surgen como resultado del estilo de la administración aplicada en una conjunción con las evaluaciones del comportamiento y de las estructuras de recompensas que lo respaldan, por lo tanto, la administración puede ser, cuando menos en parte, la causante de muchas de la restricciones conductuales en la empresa.

### 3.1 La lógica difusa y sus aplicaciones referidas a la cadena de suministro.

Nos sigue indicando Vergara Rodríguez, C.J. y Gaviria Montoya, H.A [2009] que la siguiente descripción abarca la lógica difusa y sus aplicaciones referidas a la cadena de suministro; el objetivo vital de la gestión de la cadena de suministro es el control de flujo de materiales entre proveedores, industrias, almacenes y usuarios de forma eficaz y al menor coste [Thomas, 1996].

El artículo elaborado por Torabi y Hassini [2008] fue orientado a la creación de un modelo que integra los distintos niveles de la cadena de suministros considerando múltiples proveedores, un fabricante y diversos centros de distribución; teniendo en cuenta que la demanda del mercado, coste/periodo y niveles de capacidad son variables imprecisas; esta incertidumbre en el artículo se manejó utilizando números difusos triangulares para representar la vaguedad en cada parámetro.

Los escritores del artículo consideraron dos objetivos significativos y contrarios en su modelo de gestión de la cadena de suministros:

Minimizar el Coste Total de la Logística ( $\hat{TC}$ ) y

Maximizar los Coste Total de la Compra (TVP); la propuesta que los autores plantean para resolver un problema en la Gestión de la Cadena de Suministros (SCMP) se resume en los siguientes pasos:

- *Paso 1:* Se determinan las distribuciones triangulares de probabilidad para la imprecisión de los parámetros y la formulación del modelo de Programación Lineal Multi-Objetivo Probabilística Entera Mixta (MOPMILP) para el problema SCMP; estas distribuciones triangulares de probabilidad estarían determinadas por un valor pesimista, uno optimista y uno medio.
- *Paso 2:* Se transforma la Función Objetivo en tres Funciones Objetivos equivalentes; la metodología que se utiliza para minimizar la función objetivo  $\hat{TC}$  es reemplazar los valores medios de la distribución triangular por los valores difusos de la función objetivo original y minimizar la nueva función objetivo; luego toma los valores medios de las distribuciones triangulares de probabilidad y se les resta los valores pesimistas y maximiza esta nueva función objetivo; después toma los valores optimistas de las distribuciones de probabilidad triangulares y les resta los valores medios de la distribución de probabilidad triangular y minimiza esta última función objetivo.
- *Paso 3:* Se determina el peso mínimo aceptable de probabilidad para los parámetros imprecisos  $\beta$ , se transforman las restricciones difusas en sus correspondientes valores y formular el modelo auxiliar MOMILP (Programación Lineal Multi-Objetivo Entera Mixta).
- *Paso 4:* Se determinan la solución ideal positiva (PIS) y la solución ideal negativa (NEI) de cada función objetivo y resolver el correspondiente modelo MILP (Programación Lineal Mixta Entera).
- *Paso 5:* Se especifican los miembros de cada función objetivo.



- *Paso 6:* Se convierte el modelo auxiliar MOMILP en su equivalente MILP.
- *Paso 7:* Se resuelve el modelo propuesto en el paso anterior; en caso de encontrar una solución no satisfactoria, se revisan los pesos que le fueron asignados a los parámetros y se entrega una nueva solución satisfactoria. El planteamiento de los autores tiene gran aplicabilidad en sectores en el que los tiempos de procesamiento (Lead-Time) en la cadena es común depender de descuentos.

### **3.2 La lógica difusa y sus aplicaciones en los modelos de cantidad económica de pedido (EOQ).**

La cantidad económica del pedido busca encontrar la cantidad de pedido que minimice el coste total del inventario de la compañía. Un modelo de cantidad económica de pedido simple parte de una situación en que tanto la demanda como los tiempos de suministros y los costes unitarios se conocen con certeza; los modelos EOQ se basan en una política de revisión continua del inventario y se asume que este puede ser supervisado en cualquier instante en el tiempo. Björk, K-M, [2008].

Kaj-Mikael Björk, escribe en 2008 un artículo en el cual plantea un modelo para la determinación de la cantidad económica de pedido utilizando Backorder (pedidos diferidos); en él la demanda y los Lead Times son parámetros difusos; estas incertidumbres se manejan con números triangulares difusos; una aplicación concreta que inspiró al autor de este artículo para realizar esta investigación se encuentra en la penalización que existe en las cadenas de suministro de papel fino en los países nórdicos. Los propósitos del trabajo hecho por el investigador son tres: demostrar que el modelo EOQ con Backorder, demanda y Lead Times difusos es convexo en virtud de un supuesto razonable; resolver el problema de optimización y las contribuciones de Björk y Carlsson [2005]; y por último, la solución de este nuevo enfoque se compara con trabajos anteriores mediante un ejemplo aplicado a la industria de la producción de papel fino en los países nórdicos. Como resultado de las comparaciones con trabajos anteriores, la solución por Lógica Difusa es coherente con los trabajos anteriores en este campo. Por último en el caso práctico que se manejó en el artículo, se concluye que las incertidumbres en los Lead Times y la demanda afecta el tamaño de la orden, ya que estas deben ser un 6% mayor que las que arroja el modelo clásico de EOQ.

Ahora entraremos a analizar el artículo escrito por T. Vijayan, M. Kumaran en 2008. Los autores consideran que en un modelo de inventarios, es muy difícil que algunas componentes sean constantes, razón por la cual son consideradas como imprecisas y por lo tanto se le da un tratamiento difuso a este modelo con el objetivo de tomar decisiones más realistas. Se trataron dos modelos; el primero es conocido como Modelo EOT con todas las componentes difusas y es representado por medio de números difusos trapezoidales. El segundo modelo es conocido como Modelo de lógica difusa con tiempo fijo, este modelo es tratado por medio de números triangulares difusos. Los autores también,

hacen una simulación donde comparan los diferentes parámetros, para llegar a la siguiente conclusión: se comparó dos soluciones, la solución del modelo EOT con todas las componentes difusas y la solución del modelo de lógica difusa con tiempo fijo y se pudo observar que son iguales, razón por la cual se concluyó que lo difuso en el período óptimo no tiene mucha importancia.

### **3.3 La lógica difusa y sus aplicaciones referidas a la planificación de requerimientos de materiales (MRP).**

El MRP es una técnica computarizada de gestión stocks y de programación de la producción que, partiendo del Programa Maestro de Producción (PMP), deduce la cantidad requerida de las diferentes materias primas y componentes necesarios en cada semana del horizonte de programación. [Miranda, 2005].

Mula, Poler y García a través de su artículo escrito en 2005, demuestran la utilidad e importancia del moldeamiento de MRP con restricciones flexibles; la principal contribución de los investigadores fue en el terreno de la investigación y aplicación práctica de un modelo programación flexible, acompañada de experimentos con datos reales. La metodología que siguieron los investigadores al elaborar este artículo fue la siguiente: primero proponen un modelo de programación matemática, llamado MRPD<sub>et</sub> para la planificación de la producción con restricciones de capacidad en un sistema MRP, este sigue una estructura determinística; seguidamente este modelo se amplía en tres modelos de programación difusa para la planificación de la producción con restricciones difusas; luego de esto evalúan el comportamiento de los modelos propuesto, utilizando datos reales proporcionados por un fabricante de asientos para automóviles.

Es de importancia aclarar que el objetivo de los investigadores al diseñar los modelos de lógica difusa para la planificación de la producción en este artículo, no es sustituir a los modelos deterministas, sino por el contrario, proporcionar una sólida y eficaz alternativa para la aplicación en entornos con condiciones de incertidumbre en los que el uso de modelos deterministas no es muy realista.

### **3.4 La lógica difusa y sus aplicaciones en la planificación de recursos de la empresa (ERP).**

Las soluciones ERP tratan de llevar a cabo la racionalización y la integración entre procesos operativos y flujo de información dentro de la empresa, con el objetivo de obtener sinergias entre los recursos que forman parte de la misma [Miranda, 2005].

P.J. Sánchez en su artículo publicado en 2009, afirman la importancia de una planificación de recursos empresariales (ERP) en las organizaciones para poder integrar adecuadamente la información de los

diferentes departamentos de la organización, teniendo presente que el ERP no es igual de efectivo en todas las empresas porque depende de las características propias de cada organización. El objetivo de estos autores fue presentar un modelo de evaluación difusa que gestione los diferentes parámetros de una empresa para tomar una decisión acerca de si es conveniente instalar un sistema ERP, para esto propusieron lo siguiente:

- Un sistema de evaluación para estudiar la idoneidad de un sistema ERP basado en un proceso experto de toma de decisiones. Aquí se presenta un esquema en el cual se evalúa la situación problemática para instalar el sistema ERP, donde los expertos muestran sus opiniones y preferencias acerca de los parámetros que influyen en la aplicación de dicho sistema, teniendo en cuenta que la información que se tiene a cerca de estos parámetros es incierta.
- Un modelo de lógica difusa para la evaluación de la idoneidad de un sistema ERP. Aquí los expertos proporcionan sus conocimientos acerca de los parámetros que intervienen en el estudio de la idoneidad de un sistema ERP.

Sánchez con su artículo ha contribuido con un modelo difuso para diagnosticar si es conveniente la instalación de un modelo ERP en una organización, donde se evalúan una serie de características propias de la organización, dando como resultado la aprobación o no de dicho sistema ERP.

### **3.5 La lógica difusa y sus aplicaciones en la planificación de los inventarios.**

Yazgi Tütüncü, G. et al. [2008] nos propone que la incorporación de la teoría de conjuntos borrosa y teoría de la probabilidad en un enfoque para hacer frente a los sistemas de inventario de mundo real es beneficiosa teniendo en cuenta la dificultad de la determinación precisa de los costes y la demanda incierta asociados con los sistemas de inventario. En su documento, expone dos modelos de inventario para su revisión usando la teoría de conjuntos borrosa y teoría de la probabilidad complementaria. Nos afirma que los modelos de inventario en su versión clásica a través de la demanda probabilística y, con o sin pedido pendiente, se extienden al considerar los costes difusos. Así mismo propone un sistema de apoyo de decisión, que incorpora una herramienta de simulación, para el uso eficiente y eficaz de los modelos propuestos

#### **3.5.1 Modelo de inventario permanente sin pedido pendiente y difuso.**

Yazgi Tütüncü, G. et al. [2008] nos indica que en un sistema de inventario de revisión permanente, el nivel de éste se supervisa después de cada transacción y cuando consume hasta un punto de pedido constante, un pedido. Se supone que la demanda en un momento dado es una variable aleatoria cuya distribución de probabilidad es estacionaria y las unidades son exigido uno a la vez o en pequeñas cantidades. Durante el tiempo en la mayoría una orden de reposición puede ser pendiente.

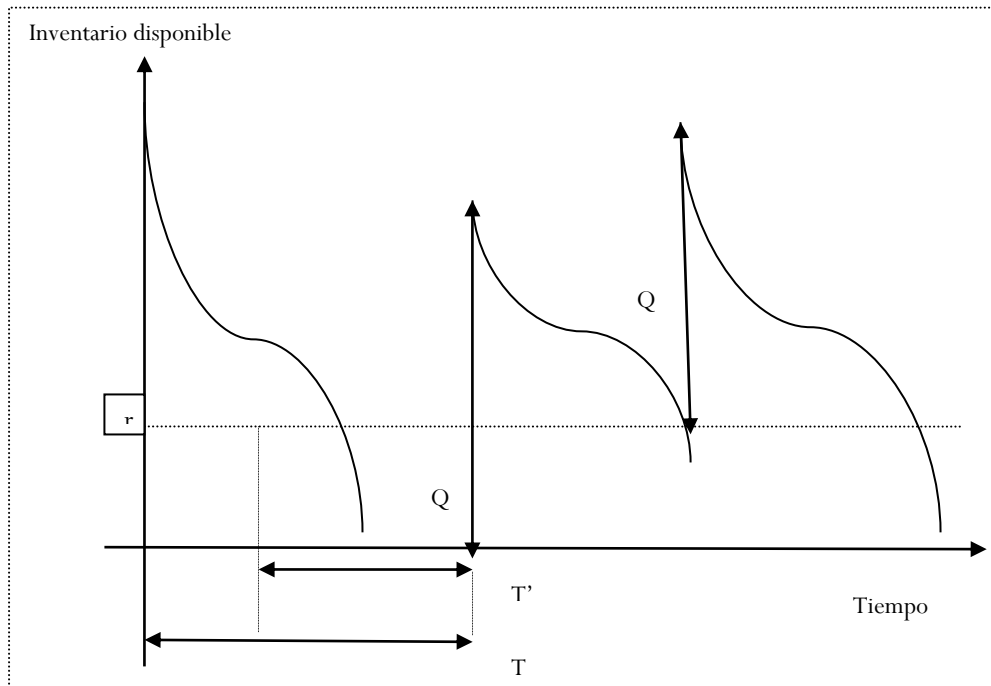


Gráfico 22: Sistema de control de revisión de inventario.

La gráfico 22 ilustra este sistema de control donde  $T'$  representa a plazos,  $T$  representa el ciclo (período de reposición),  $r$  representa el punto de pedido y  $Q$  representa la cantidad de pedido,  $d$  la demanda esperada en unidades por año,  $A$  es el orden de coste (coste de instalación),  $C$  es el coste unitario de producción,  $H$  es el coste de transporte de inventario (con coste) por unidad por ciclo y  $p$  es el coste de escasez por unidad de corto.  $x$  denota la demanda en un momento dado con un  $f(x)$  de la función de distribución de probabilidad.

$$A + CQ + H \frac{Q}{D} \left[ \frac{Q}{2} + r - \mu + \bar{b}(r) \right] + \pi \bar{b}(r)$$

La cantidad de escasez al final de cada ciclo es máx.  $[0; x-r]$ . El coste de escasez por ciclo es  $\pi \bar{b}(r)$  donde

$$\bar{b}(r) = \int_r^{\infty} (x - r) f(x) dx$$

Es el número esperado de escasez por ciclo.

El inventario disponible al final del ciclo es máx.  $[0; x-r]$ . La espera por parte de inventario al final del ciclo es

$$\bar{a}(r) = \int_0^r (r - x) f(x) dx = \int_0^{\infty} (r - x) f(x) dx + \int_r^{\infty} ((x - r) f(x) dx = r - \mu + \bar{b}(x),$$

Donde  $\mu$  es la demanda esperada durante un tiempo.

Multiplicando el coste promedio por ciclo,  $D/Q$  por el cual es el número esperado de ciclos por año, el coste anual promedio se encuentra para ser

$$K(Q, r) = \frac{AD}{Q} + CD + H \left[ \frac{Q}{2} + r - \mu \right] + \left( H + \frac{\pi D}{Q} \right) \bar{b}(r)$$

Para minimizar la  $K$ , se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\delta K}{\delta Q} = -\frac{AD}{Q^2} + \frac{H}{2} - \frac{\pi D \bar{b}(r)}{Q^2} = 0,$$

$$\frac{\delta K}{\delta r} = H + \left( H + \frac{\pi D}{Q} \right) \frac{\delta \bar{b}(r)}{\delta r} = 0.$$

Para un determinado  $r$  la primera ecuación da la óptima

$$Q = \sqrt{\frac{2D [A + \pi \bar{b}(r)]}{H}}$$

Y la segunda ecuación obtiene la distribución acumulativa complementaria de  $x$  evaluando el óptimo de  $r$ .

$$1 - F(r) = \frac{HQ}{HQ + \pi D}$$

Bajo el supuesto de que el coste de una escasez es tan pequeño, el siguiente procedimiento iterativo, que se da mediante un pseudo código, puede utilizarse para encontrar el óptimo par  $(Q^*, r^*)$  que minimiza  $K$ ,

$$\bar{b}(r_{old}) = 0,$$

$$Q_{new} = 0,$$

$$r_{new} = 0,$$

Haciendo

$$Q_{old} = Q_{new}$$

$$r_{old} = r_{new},$$

$$Q_{new} = \sqrt{\frac{2D [A + \pi \bar{b}(r_{old})]}{H}},$$

Si

$$Q_{\text{new}} = Q_{\text{old}}$$

Entonces

$$r_{\text{new}} = F^{-1} \left( 1 - \frac{HQ_{\text{new}}}{HQ_{\text{new}} + \pi D} \right)$$

Mientras que

$$R_{\text{new}} \neq r_{\text{old}},$$

$$Q_{\text{opt}} = Q_{\text{new}}$$

$$r_{\text{opt}} = r_{\text{new}}$$

Con el fin de encontrar la cantidad óptima de pedido y el reaprovisionamiento óptimo punto para el modelo de inventario de revisión continua sin pedido pendiente en presencia de incertidumbre, todos los costes están representados por números fuzzy trapezoidales. El coste anual promedio fuzzy trapezoidal se calcula utilizando operaciones aritméticas, basadas en el principio de la función. El principio de la función define un método eficiente para realizar las operaciones aritméticas básicas de difusas en números difusas Chen, [1985].

#### 4. Gestión de proyectos

##### 4.1 Gestión de proyectos

Mendiburu Díaz, H. A. [2008] nos expone en su trabajo que *‘un proyecto es aquel emprendimiento conformado por un conjunto de acciones o actividades que podemos dividir en tareas que no sean cíclicas (repetitivas), que puedan caracterizarse con precisión, de duración determinada, formalmente organizadas y cuyas relaciones entre ellas sean conocidas. Los proyectos requiere la utilización de recursos (tiempo, dinero, recursos humanos, materiales, energía, espacio, provisiones, comunicación, calidad, riesgo, etc.); así mismo responde a objetivos que deben ser cumplidos dentro de parámetros definidos, por tanto un primer desafío de la gestión de proyectos es asegurarse de que el proyecto sea entregado dentro de los parámetros definidos; un segundo desafío es la asignación y la integración de los recursos a fin de cumplir esos objetivos predefinidos’.*

Después de haber realizado el proceso de Inferencia (aplicación de normas para llegar a un resultado), realiza el proceso de defuzzificación. Hace uso de funciones matemáticas para determinar un valor, donde obtiene:

Función de Máxima Membresía: Es también Método Centroide: Llamado centro de área,

conocido como el método de altura, la salida centro de gravedad o método de Sugeno, es el “crisp” es la máxima altura del conjunto difuso método más usado y más potente. final.

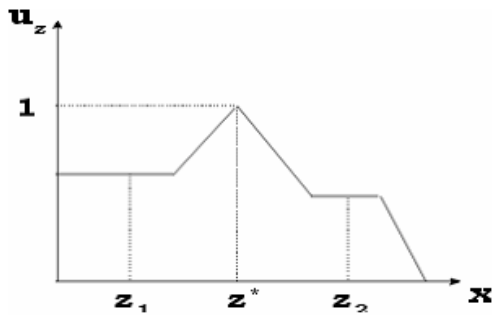


Gráfico 23: Función máxima de membresía

Método de Máximo Promedio Eficaz: Utiliza el valor de la media eficaz del máximo. Se usa sólo para conjuntos difusos de salida simétricos

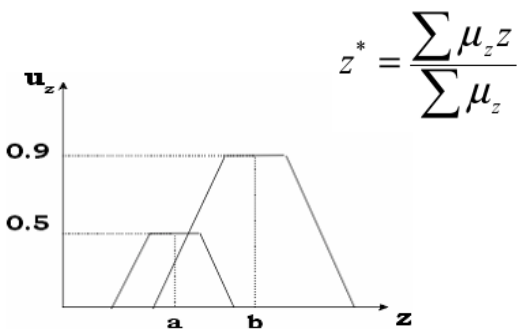


Gráfico 25: Función del máximo promedio eficaz

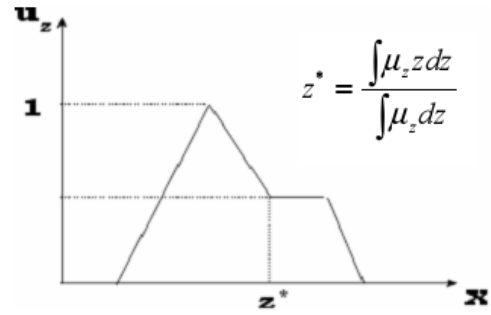


Gráfico 24: Función del centroide o Sugeno.

Método Máximo Medio: Igual que el anterior, pero solamente saca al máximo medio como salida.

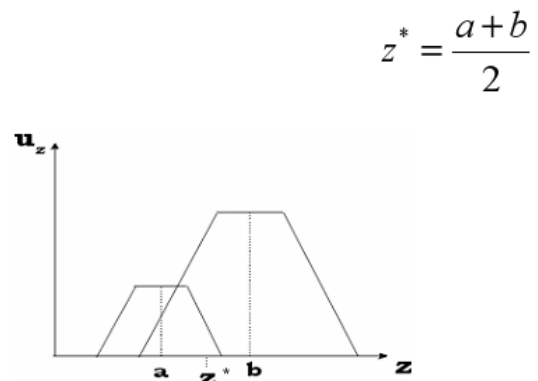


Gráfico 26: Función del máximo medio

## 4.2 Gestión de investigación y desarrollo (I+D)

O bien cuando Samaniego Alcántar, A [2009] nos expone Incertidumbre en los proyectos de investigación y desarrollo (I+D) donde reza ‘La incertidumbre que existe al invertir en proyectos de investigación y desarrollo (I+D) origina que éstos se realicen en diferentes etapas. La decisión de continuar o abandonar un proyecto se toma con base en las diferentes señales que se van presentando en él (término de una etapa de la investigación, demanda del producto, precios de materias primas en el tiempo, reacción de competidores, entre otras). De igual forma, la dificultad de valorar y seleccionar estos proyectos se centra en los riesgos en las diferentes etapas de su desarrollo, por lo que se puede llegar a sobrevalorar o subvalorar el proyecto. Debido a lo anterior, este trabajo tiene la finalidad de presentar los avances que hay sobre el tema, intentando identificar problemáticas y metodologías estudiadas en los últimos años. Las bases metodológicas que se encontraron se ubican dentro del análisis multicriterio, teoría de opciones, la teoría de la posibilidad y la teoría de los conjuntos borrosos’

El método de valoración mediante el descuento de flujos de caja menos su inversión (valor presente neto, vpn) es el más aplicado, éste no toma en cuenta la volatilidad de las variables en el tiempo. En la vida del proyecto se presentan variables como costes, ventas, tasas de interés, entre otras, así como diversas opciones de decisión (flexibilidad). Este método presenta limitaciones en el momento de valorar el impacto de la incertidumbre de estas variables.

Otra alternativa relacionada con el vpn es el método de opciones reales (ver ecuación 1) que toma en cuenta las diversas opciones (flexibilidad) para poder alterar el curso de una acción planeada en el futuro, dada la información disponible en ese momento; existen distintas posibilidades como ampliar nuevos productos o mercados, de vender el proyecto, de abandonar el proyecto, de diferir el comienzo del mismo, entre otros.

$$VPN = VP_{\text{sin flexibilidad}} + VP_{\text{flexibilidad}} + I_i$$

Donde

VPN = valor presente neto del proyecto

VP sin flexibilidad - es el valor presente del proyecto

VP con flexibilidad - es el valor presente de las opciones que presenta el proyecto

I<sub>i</sub> - es la inversión inicial

### 4.3 Gestión de la calidad

Se puede encontrar en la literatura puntos de vista que nos caracteriza estar en la era de los Servicios, Teboul, [1999]. Es imprescindible implementar en esta era los procedimientos comprometidos con la calidad y satisfacción del cliente.

Entre otros aspectos que pueden ser considerados con el fin de evaluar mejor el desempeño de las empresas que desarrollan proyectos de dispositivos y equipos, se observa la identificación y aplicación de indicadores de calidad de sus servicios y productos.

Existen evaluaciones para determinar el desempeño de los servicios prestados por las empresas para ello Barbosa de Alencar et al. [2012] nos plantea un estudio de empresas de desarrollo de proyectos de dispositivos a fin de que la subjetividad inherente de los elementos de control utilizados quede independiente del evaluador. Esto es importante una vez que un análisis comparativo estará libre del evaluador y sólo depende de la metodología propuesta.



El procedimiento de este modelo difuso consiste en calcular el grado de pertenencia en todos los conjuntos difusos de las variables de entrada, a partir de las entradas correspondientes para cada diseñador que evalúa el servicio. Después de esto, el indicador de desempeño de desarrollo de proyectos de dispositivos y equipos para la producción industrial es determinado por el proceso de inferencia difusa, el cual utiliza un conjunto de reglas establecidas y posteriormente defuzzificación de la salida difusa. El método defuzzificación propuesto fue el centro de gravedad.

El coste final referente a la opinión de todos los diseñadores, quienes evaluaron el servicio durante un determinado intervalo de tiempo, en el cual se aplicó la evaluación, que será obtenida después de un post-procesamiento. En esta etapa de post-procesamiento cada valor defuzzificado correspondiente a las evaluaciones individuales entre la composición de una medición de posición como la media o la mediana. En este caso particular se optó por la utilización la mediana por su característica de no ser afectada por los valores extremos. Es importante destacar que el valor de salida de la etapa de post-procesamiento puede ser convertido de nuevo en la forma de términos lingüísticos.

Mientras Sansavador M.E., Reig, J. y Cavero J.A. [2004] nos exponen un profundo estudio de la incidencia de los costes intangibles de la calidad a través de una propuesta metodológica de cuantificación a través del uso de la lógica difusa.

Para ello centran el estudio a través de aquellas empresas que han demostrado una cierta cultura previa de la calidad, tomando como población aquellas con posesión de un certificado ISO 9001:2000.

Como desarrollo metodológico solicita en primer lugar a un grupo de expertos que, en base a sus conocimientos y a la información proporcionada efectúen una primera valoración de los costes intangibles a cuantificar en un entorno incierto.

En la tabla 15 nos expone los resultados que ofrecen sus encuestas realizadas a los  $n$  expertos, donde la variable  $X_{ji}$  representa el coste estimado por el experto  $i$  en la situación  $j$ .

Nº de expertos	Coste intangible
1	$[X_{11}, [X_{21}, X_{31} \cdot ]X_{41}]$
2	$[X_{12}, [X_{22}, X_{32} \cdot ]X_{42}]$
3	$[X_{13}, [X_{23}, X_{33} \cdot ]X_{43}]$
...	...
...	...

...	...
$n$	$[X_{1n}, [X_{2n}, X_{3n}, ]X_{4n}]$

Tabla 15: Resultado de las encuestas realizados a los expertos

Con el fin de mejorar la información, procede a tratar los resultados obtenidos mediante el cálculo de su media aritmética, si todos los expertos inspiran el mismo grado de confianza, o su esperanza matemática, en el supuesto contrario. El resultado será el número borroso, que informará sobre los valores aproximados a alcanzar por las variables analizadas.

De esta forma, aplicando la metodología propuesta, y suponiendo un nivel de confianza similar en todos los expertos:

$$M(\text{coste intangible}) = \left(\frac{1}{n}\right) \times \left(\sum_{i=1}^n [x_{1i}, [x_{2i}, x_{3i}, ]x_{4i}] = [x_1, [x_2, x_3, ]x_4]\right)$$

## Capítulo 11

### El uso de la lógica borrosa en el cálculo estándar de los factores de producción

---

1. Introducción
2. Los costes estándares de materiales y sus desviaciones bajo condiciones de incertidumbre
  - 2.1 El coste de los materiales bajo lógica difusa
  - 2.2 Cálculo de las desviaciones de los materiales bajo la lógica difusa
3. Los costes estándares de mano de obra y sus desviaciones bajo condiciones de incertidumbre
  - 3.1 Fijar la dimensión de una plantilla
    - 3.1.1 Método a través de los números borrosos
  - 3.2 Cálculo de las desviaciones de la mano de obra bajo la lógica difusa
4. Modelización de una función difusa de los costes variables en ambientes de incertidumbre para la planificación de la producción.



## 1. Introducción

La lógica difusa se revela como un instrumento muy potente a la hora de modelizar los modelos de control de gestión al permitir recoger por un lado, la incertidumbre generada por el entorno de la empresa, y por otro lado tratar la subjetividad que implica toda opinión de expertos como indica Reig, J. [2002].

O como aporta Mandiburu, HA [2008] en su trabajo donde indica que: *“Por medio del presente se logró mostrar las ventajas y aplicaciones de la lógica fuzzy en el campo de la administración, dirección, y gestión de negocios y proyectos en general, empleando un conjunto de normas almacenadas en sistemas expertos, brindando una metodología de fácil implementación, robusta en el tiempo, flexible a cambios y perturbaciones, escalable a nuevas implementaciones, capaz de ofrecer resultados certeros, y de ágil desempeño, entre otras”*.

O como aporta Niazi et al, HA [2006] donde nos revela que: *“Esta aproximación a la estimación de costes es particularmente útil en el manejo de incertidumbre. Reglas borrosas, como las de diseño y producción, se aplican a este tipo de problemas para obtener estimaciones más confiables.”*

Ehsan Eshtehardian et al [2008] aporta un modelo utilizando la lógica difusa para la optimización de factores estocásticos tiempo – coste de la industria de la construcción cuando esta decide acelerar la entrega de una obra, ya que requiere de recursos más caros y por lo tanto implica costes más altos.

## 2. Los costes estándares de materiales y sus desviaciones bajo condiciones de incertidumbre.

### 2.1 El coste de los materiales bajo lógica difusa

La estructura básica del control de los costes de gestión tienen las siguientes etapas, según Mallo Merlo [1995]:

- a) Establecer los objetivos jerárquicos de corto y largo plazo de la empresa en relación al análisis de la propia situación y entorno competitivo.
- b) Desarrollar los planes, programas y presupuestos que cuantifiquen los objetivos provisionales.
- c) Asignar la estructura organizativa, con las formas concretas de ejecución y control de tareas.
- d) Medición, registro y control de los resultados reales.
- e) Cálculo de las desviaciones mediante la comparación entre los valores objetivos y los resultados reales.
- f) Proceso de disquisición de los orígenes y las causas de las explicaciones que den lugar a su correcta interpretación.
- g) Toma de decisiones correctoras, estimulando la organización a conseguir los resultados.

Sigue indicándonos que los costes estándares facilitan el conocimiento de los costes que deberían ser, ya que los costes predeterminados se utilizan como objetivos de una producción eficiente, definiendo el coste de los factores de producción que deberían ser pagados y las cantidades que deberían ser consumidas.

Las ventajas e inconvenientes que aportan el cálculo de los costes estándares son:

- Ventajas:
  - i. Evaluación de resultados, a través de objetivos medibles y alcanzables.
  - ii. Información financiera para la elaboración de los presupuestos.
  - iii. Eficiencia administrativa.
  
- Inconvenientes:
  - i. Algunos estándares están basados más en juicios de valor que en hechos.
  - ii. Si los estándares son demasiado exigentes la organización se puede frustrar, si por el contrario son demasiado permisivos éstos no tendrán incentivos para la mejora.
  - iii. Los estándares deben ser revisados constantemente para determinar su justificación.

El uso de la matemática difusa permite, en la planificación del cálculo de los costes estándares, salvar los inconvenientes que presentan los cálculos de los costes estándares tradicionales, tratando la subjetividad derivada de la opinión de los expertos e incorpora el análisis de las incertidumbres en el entorno de la empresa, dotando al modelo de mayor eficacia.

Existen varios modelos matemáticos para el cálculo de los costes estándares:

- a) La regresión posibilística o difusa ya que permite la introducción de la incertidumbre de la calidad de los datos históricos disponibles y la técnica de los expertos en el cálculo de los estándares económicos. Tanaka, Uejima y Asai [1982].
- b) La regresión lineal difusa múltiple donde los parámetros resultantes son números difusos simétricos. Tanaka et al. [1989].
- c) La regresión lineal difusa exponencial, donde los coeficientes del sistema lineal tienen una distribución de posibilidad exponencial. Tanaka et al. [1995].
- d) Y por último la regresión con intervalos, donde los coeficientes obtenidos son intervalos, pudiendo ser el sistema posibilista o no. Ishibuchi et al. [1993].

Kaufmann [1987] ya nos aporta que los estándares económicos están sujetos a fluctuaciones de carácter coyuntural, en consecuencia, el empleo de la información histórica resulta de poca utilidad siendo más conveniente el uso de las técnicas de los expertos.

Existen otras técnicas para el tratamiento de la información suministrada por los expertos como el (AHP) o llamado ‘*Proceso Analítico Jerárquico*’ de Saaty [1980], [1988], [1990], [1994] , en concreto, en la aplicación del criterio ‘*expertón*’ y su aportación a la necesidad del diseño de un sistema identificativo de las acciones corrientes y la localización de los recursos a través de la implicación de las opiniones subjetivas de los expertos en el cálculo de los estándares, bajo la regresión posibilística donde destaca el trabajo realizado por Schniederjans y Garvín [1997]. Este método ayuda a dar consistencia a los problemas de selección en los cuales los criterios que van a utilizar están basados en medidas aportadas por los expertos.

Reig, J et al. [2002] aporta que, con el fin de obtener la función de la *cantidad estándares de los materiales*, e introduciendo la incertidumbre en que se desenvuelve la empresa, procede a su cálculo mediante la técnica de regresión lineal múltiple borrosa Tanaka et al. [1989], y que substituyéndola en el programa consigue:

$$\text{Min } J = \sum \beta^t [x_j]$$

Sujeto a:

$$y_j \leq x_j^t \alpha + (1 - h) \beta^t |x_j|$$

$$y_j \leq x_j^t \alpha - (1 - h) \beta^t |x_j|$$

$$j = 1 \dots m$$

Donde

$y_j =$  Es el valor de la variable implícita en el momento  $j$

$|x_j| =$  Es el valor de la variable explícita en el momento  $j$

$J = \sum \beta^t [x_j] =$  Es la desviación producida en el sistema sujeta a las restricciones anteriores.

Obteniendo la siguiente función:

$$y = (\alpha_0, \beta_0) + (\alpha_1, \beta_1) * x_1 + (\alpha_2, \beta_2) * x_2 + \dots + (\alpha_m, \beta_m) * x_m$$

Siendo  $(\alpha, \beta)$  los coeficientes inciertos representados por números borrosos simétricos, cuyo valor central es  $\alpha$ , y  $\beta$  la amplitud del intervalo, hacia la izquierda y derecha.

El valor  $h$  se interpreta: 'cuando se disponen de suficientes datos para considerar  $h$  igual a 0, se está ante la solución óptima, pero si no se disponen de suficientes datos, por ejemplo la mitad se debe usar  $h = 0,5$ . En definitiva,  $h$  será la variable que informará sobre la calidad y cantidad de la información que se dispone.

Con la resolución del programa se obtendría la función borrosa sobre el comportamiento de los costes de una materia prima con el siguiente formato:

$$MP_p = [(\alpha_0, \beta_0) + (\alpha_1, \beta_1)] * P_1$$

Siendo  $P_1 =$  nivel de producto 1

Para hallar el *precio estándar de los materiales* Reig, J et al. [2002] nos aporta en su trabajo la figura del expertón para determinar el intervalo de los precios, obteniendo un modelo trapezoide estimando una situación de máxima incertidumbre (nivel  $\alpha = 0$ ) y una situación mínima incertidumbre (nivel  $\alpha = 1$ ).

Una vez hallados dichos intervalos para los precios estándares contra evalúa los valores dados por los expertos en una nueva valoración de los mismos también llamado *R+ expertones* o *contraexpertizaje*. Nos indica que favorece al experto representar mejor el conocimiento y progresar además en la sensibilidad del análisis al poder expresar mejor la opinión del experto,

Tras la representación de los resultados a través de las oportunas tablas de *frecuencias absolutas* con sus límites inferiores, sus valores centrales y sus límites superiores, lo transforma en *frecuencias relativas* y *acumuladas inversas*.

Para hallar el resultado del precio estándar y su esperanza matemática nos aporta la media de los valores sin tener en cuenta los valores de presunción 0.

El resultado final es la obtención de un precio estándar borroso triangular que recoge la estimación del precio de la materia prima a través de la opinión del experto.

## **2.2 Cálculo de las desviaciones de los materiales bajo la lógica difusa**

Reig, J et al. [2002] nos aporta también en su trabajo las dos técnicas disponibles para el cálculo de las desviaciones de los materiales bajo la lógica borrosa:



- a) A través de la formulación tradicional de las desviaciones, es decir, la diferencia entre lo realizado y lo estimado, aunque teniendo en cuenta que se está trabajando bajo la lógica difusa, no precisos y por lo tanto con particularidades en la aritmética aplicada.
- b) Y una segunda técnica llamada *distancia matemática* para el cálculo de las desviaciones. Esta técnica es más sencilla y útil para el cálculo de las desviaciones ya que el resultado obtenido es una desviación exacta en términos monetarios. Una ventaja adicional que ofrece el empleo del concepto de *distancia matemática* es la relativización de las desviaciones, permitiendo comparar empresas de distinto volumen de producción al haber eliminado la variable monetaria como unidad de medida de las desviaciones.

La desviación económica del precio de compra, pues, pone de relieve la eficacia del centro de aprovisionamiento, así como la política de compras desarrollada en función de las consideraciones realizadas en la elaboración de los presupuestos de compras.

La desviación en precio de compra a través de la formulación tradicional se expone como sigue:

$$DMp = ((pm^s - pm^r) q^r)$$

Donde

- DMp = Desviación de materiales a precios de compra
- pm<sup>s</sup> = Precio unitario de compra estándar
- pm<sup>r</sup> = Precio unitario de compra real
- q<sup>r</sup> = Compra real de materiales

La desviación en precio de compra a través del ámbito de la lógica borrosa se expone como sigue:

$$DMp = d ( pm^r * q^r, pm^s * q^r )$$

Para hallar la desviación de la compra de una materia prima A sería

$$DM_{pA} = d ( pm_A^r * q_A^r, pm_A^s * q_A^r )$$

Donde la desviación en precio de compra DM<sub>pA</sub>, es la suma de las distancias por la derecha más la distancia de la izquierda, donde:

$$DM_{pA} = d ( pm_A^r * q_A^r, pm_A^s * q_A^r ) = d_1 ( pm_A^r * q_A^r, pm_A^s * q_A^s ) + d_2 ( pm_A^r * q_A^r, pm_A^s * q_A^s )$$

Con un objetivo operativo y funcional se utiliza la distancia de Hamming para el caso continuo:

$$d (A, B) = \int_{x_2}^{x_2} |\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)| dx$$

Resultando más útil para el cálculo de la distancia, el utilizar la formulación de los números difusos a través de la  $\alpha$  cortes:

$$d(A, B) = \int_0^1 |A(\alpha) - B(\alpha)| d\alpha$$

A modo de resumen Reig, J et al. [2002], Nos aportan, una vez defuzzificado el valor del estándar de la materia prima a través de una regresión lineal múltiple borrosa para la cantidad y los  $R^+$  expertos para el precio estándar, una desviación basada en los  $\alpha$  cortes de los  $y$  el uso de la distancia de Hamming para un proceso más operativo y sencillo en el cálculo, punto vital éste pues en mi trabajo es una de las aportaciones que voy a presentar y a exponer con más detalle en la siguiente parte de mi tesis.

### **3. Los costes estándares de mano de obra y sus desviaciones bajo condiciones de incertidumbre.**

Otra de las facetas del uso de la lógica difusa en condiciones de incertidumbre se muestra en técnicas útiles en las diferentes facetas de la gestión de recursos humanos.

El diseño de plantillas laborales óptimas ante cualquier cambio importante de la situación de la empresa en las que resulta necesario flexibilizar las exigencias y su abordaje desde la perspectiva del experto relaciona directamente el cálculo de los costes estándares de la mano de obra con las restricciones borrosas.

Se pueden establecer métodos, basados en números y/o restricciones borrosas, que proporcionan plantillas alternativas o bien permiten hacer viables situaciones que, con otro planteamiento, no tendrían solución. A continuación se mostrarán métodos de selección de personal que emplean diferentes técnicas: la comparación con un candidato ideal, el uso de operadores OWA y modelos de agregación basados en la eficiencia. Sverre A. C. Kittelsen et al. [2015].

Un ejemplo del uso de la lógica difusa ante la complejidad causal de cómo influye la efectividad de la supervisión de la Junta compensación del CEO del mundo Lewellyn, K.B. & Muller-Kahle, M.I. J Manag [2015]

*‘En los últimos años se ha empezado a considerar a los recursos humanos como un recurso estratégico, por lo que una buena gestión persigue crear valor para la empresa, más que reducir costes, Alles,[2000]. Por esto, los conocimientos y la*

*experiencia ya no son, por si solos, elementos lo suficientemente diferenciadores para crear ventaja competitiva y añadir valor a la empresa, sino que también se debe tener en cuenta la motivación, el compromiso, la conducta, etc., de las personas. Se pretende obtener una perfecta adecuación entre el trabajador y el puesto de trabajo de manera que se logre un desempeño excelente y no meramente satisfactorio de las tareas y actividades. Y, por supuesto, que esta gestión ad hoc proporcione una ventaja con respecto a los competidores. La gestión de recursos humanos por competencias nos permite alcanzar este doble objetivo, ya que a los conocimientos y la experiencia se añaden otros atributos humanos, tanto objetivos como subjetivos, más amplios y complejos'* Canós, L. [2003].

### 3.1 Fijar la dimensión de una plantilla

Uno de los esfuerzos de mayor impacto en la organización empresarial por el elevado impacto del factor en el sumatorio de los costes de los productos, es el fijar la dimensión de una plantilla que minimice los costes relativos de mano de obra (salarios, formación, etc.) teniendo en cuenta los condicionantes como son la legislación laboral, la contratación (reclutamiento, selección y socialización), la formación y la política de promoción y ascensos. Casos como el de Egbert van der Veen et al [2014] proponen una eficiencia de coste hora laboral en entornos de incertidumbre o desconocimiento con, mejoras del 5,2% sobre la masa salarial.

Cuando se diseña la plantilla se supone que la situación se mantendrá estable a lo largo de un período de tiempo considerable. Sin embargo, es conocido que estas circunstancias pueden ser modificadas en el caso de que una empresa deba ajustarse a una nueva situación. Las razones de este cambio pueden ser internas, cuando los directivos deciden asignar a cada empleado al puesto de trabajo más adecuado; o bien externas a causa de una fusión, adquisición, una nueva legislación, etc. Canós et al, [2003]. En estas circunstancias debemos añadir un nuevo objetivo, que es la minimización de los costes de la nueva transición.

De la misma forma que hemos usado la situación mediante el modelo de la técnica de regresión lineal múltiple borrosa, y que sustituyéndola en el programa Tanaka et al. [1989] conseguimos:

$$\text{Min } J = \sum \beta^t [x_j]$$

Sujeto a:

$$A_1 y_j \leq x_j^t \text{ promoción}$$

$$A_2 y_j \leq x_j^t \text{ previsió de personal}$$

$$A_3 y_j \leq x_j^t \text{ nuevas leyes}$$

$$A_4 y_j \leq x_j^t \text{ formación}$$

$$A_5 y_j \leq x_j^t \text{ criterios de calidad}$$

$$j = 1 \dots m$$

Donde

- $B^t =$  Coste de los recursos humanos  
 $y_j =$  Valor de la variable implícita en el momento  $j$   
 $|x_j| =$  Valor de las variables explícitas en el momento  $j$

$J = \sum \beta^t [x_j] =$  Desviación producida en el sistema sujeto a las restricciones anteriores

Obteniendo la siguiente función:

$$y = (\alpha_0, \beta_0) + (\alpha_1, \beta_1) * x_1 + (\alpha_2, \beta_2) * x_2 + \dots + (\alpha_m, \beta_m) * x_m$$

En la práctica, la construcción del modelo lineal que finalmente se tiene que resolver es un proceso interactivo en el que la realidad a modelizar se muestra con una precisión cada vez mayor. En este proceso consideramos que algunas estimaciones del modelo se obtienen utilizando datos que no siempre se han obtenido siguiendo un proceso riguroso. Por otra parte, el diseño de plantilla normalmente se realiza a largo plazo, por lo que se supone una estabilidad en los coeficientes del modelo que no siempre han sido contrastadas. Además, las variables económicas, sociales y tecnológicas del entorno turbulento de la empresa pueden condicionar la reestructuración de la plantilla. Estas variables son una fuente de incertidumbre que sin duda afecta al proceso de toma de decisiones

### 3.1.1 Método a través de los números borrosos

Consiste en transformar el programa (P) para que sea más flexible utilizando números borrosos, por lo que la viabilidad se obtiene admitiendo que algunos coeficientes pueden ser inciertos. Evidentemente, una tarea muy importante es determinar los coeficientes que pueden flexibilizarse y los que no, y ésta labor resulta más complicada cuando hay un gran número de restricciones. En este caso, León y Liern [2002] proponen obtener en primer lugar un subsistema irreducible, que es un subconjunto minimal de restricciones que no tienen una solución factible. Si asumimos que, por el método que sea, los coeficientes flexibles han sido determinados, podemos reformular el modelo de la forma siguiente:

$$\text{Min } J = \sum \beta^t [x_j]$$

Siendo

$$\begin{aligned} \tilde{A} x &\geq \tilde{b} \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

En general, cuando no se dispone de más información, resulta adecuado expresar la flexibilidad de los coeficientes mediante intervalos,  $a_{ij} \in [a_{ij}^0, a_{ij}^1], b_j \in [b_j^0, b_j^1]$  construidos a partir de los valores que el decisor considera completamente satisfactorios,  $a_{ij}^1$  y  $b_j^1$ , y los valores mínimos que estaría dispuesto a aceptar,  $a_{ij}^0$  y  $b_j^0$ . Definimos funciones de pertenencia lineales a trozos como siguen:

$$\mu_{a_{ij}}(a_{ij}) = \begin{cases} 0, & \text{si } a_{ij} < a_{ij}^0 \\ \frac{a_{ij} - a_{ij}^0}{a_{ij}^1 - a_{ij}^0} & \text{si } a_{ij}^0 \leq a_{ij} \leq a_{ij}^1, \\ 1, & \text{si } a_{ij} \geq a_{ij}^1 \end{cases}$$

$$\mu_{b_j}(b_j) = \begin{cases} 0, & \text{si } b_j < b_j^0 \\ \frac{b_j - b_j^0}{b_j^1 - b_j^0} & \text{si } b_j^0 \leq b_j \leq b_j^1, \\ 1, & \text{si } b_j \geq b_j^1 \end{cases}$$

Entonces, los coeficientes del modelo se expresan como:

$$a_{ij} = a_{ij}^0 + \mu_{a_{ij}}(a_{ij}^1 - a_{ij}^0), \quad b_j = b_j^0 + \mu_{b_j}(b_j^1 - b_j^0)$$

### 3.2 Cálculo de las desviaciones de la mano de obra bajo la lógica difusa

La desviación económica del precio de mano de obra pone de relieve la eficacia del centro de recursos humanos, así como la política de gestión laboral desarrollada en función de las consideraciones realizadas en la elaboración de los presupuestos de los recursos humanos.

Desviación en precio de mano de obra a través de la formulación tradicional se formula a través de la siguiente ecuación:

$$DHp = ((ph^s - ph^r) h^r)$$

Donde

- DHp = Desviación de la mano de obra
- ph<sup>s</sup> = Precio unitario estándar de una hora de trabajo
- ph<sup>r</sup> = Precio unitario real de una hora de trabajo
- h<sup>r</sup> = Horas reales trabajadas

Desviación en precio de hora a través del ámbito de la lógica borrosa se formula a través de la siguiente ecuación:

$$DHp = d ( ph^r * h^r, ph^s * h^r )$$

Donde la desviación en precio de compra  $DH_p$ , es la suma de las distancias por la derecha más la distancia de la izquierda, donde:

$$DH_p = d(\text{ph}_A^r * q_A^r, \text{ph}_A^s * q_A^r) = d_1(\text{ph}_A^r * q_A^r, \text{ph}_A^s * q_A^s) + d_2(\text{ph}_A^r * q_A^r, \text{ph}_A^s * q_A^s)$$

Con un objetivo operativo y funcional se utiliza de nuevo la distancia de Hamming para el caso continuo:

$$d(A, B) = \int_{x_2}^{x_2} |\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)| dx$$

Resultando más útil para el cálculo de la distancia, utilizaremos la formulación de los números difusos a través de la  $\alpha$  cortes:

$$d(A, B) = \int_0^1 |A(\alpha) - B(\alpha)| d\alpha$$

#### 4. Modelización de una función difusa de los costes variables en ambientes de incertidumbre para la planificación de la producción.

Vistos el aplicativo que A Reig, J et al. [2002] o Canós, L. [2003] nos exponen que la utilización de la lógica difusa en el cálculo de los costes estándares y sus desviaciones, siendo éstos factores los de aprovisionamiento y mano de obra respectivamente, ambos son considerados como costes variables en el cálculo de la planificación agregada de la producción.

En este sentido, para minimizar estos costes planteamos una función objetivo que está conformada por unos costes de mano de obra y otros de manejo de inventario en el horizonte de programación conocido. A continuación se define en qué consiste cada uno de estos costes:

##### a. Costes mano de obra.

Este tipo de costes hace referencia a los ocasionados por el incremento de la producción, no son costes fijos, es decir, son costes asociados a la manufactura de productos en horas regulares, extraordinarias y costes de unidades subcontratadas. También tiene en cuenta los costes de contratación y despido de personal con el fin de alcanzar la demanda prevista. El modelo de estos costes es el siguiente:

$$CH = \sum_{i=1}^{12} (Qdl_i * Qe_i * Qhes_d * Cost_{hep}) + \sum_{i=1}^{12} (Qhe_i * Qhts_* * Cost_{he}) \\ + \sum_{i=1}^{12} (QP_{sub} * Cost_{QP_{sub}}) + \sum_{i=1}^{12} (Qe_i^c * Cost_{Qe^c}) + \sum_{i=1}^{12} (Qe_i^d * Cost_{Qe^d})$$

Donde:

CH =	Coste de la mano de obra
Qdl <sub>i</sub> =	Cantidad de días laborales en el período
Qe <sub>i</sub> =	Cantidad de empleados en el período
Qhes <sub>d</sub> =	Cantidad de horas extras por empleado previstas
Cost <sub>hep</sub> =	Precio unitario de las horas extras previstas
Qhe <sub>i</sub> =	Cantidad producida en horas extras
Qhts* =	Cantidad de horas de trabajo estándares
Cost <sub>he</sub> =	Precio unitario de una hora extra
QP <sub>sub</sub> =	Cantidad de producción subcontratada
Cost QP <sub>sub</sub> =	Precio unitario de la producción subcontratada
Qe <sub>i</sub> <sup>c</sup> =	Cantidad de empleados contratados en el período
Cost Qe <sup>c</sup> =	Precio unitario de un empleado contratado
Qe <sub>i</sub> <sup>d</sup> =	Cantidad de empleados despedidos en el período
Cost Qe <sup>d</sup> =	Precio unitario de un empleado despedido

b. *Costes asociados al aprovisionamiento*

Una de las restricciones con mayor impacto en la planificación de los aprovisionamientos es sin lugar a dudas la variación de la demanda que teniendo signo positivo absorbe los excedentes de producción acumulados mientras que en períodos de demanda negativa la reacción de los inventarios es inverso al efecto anterior, bajo estas hipótesis los costes de almacenamiento van a tener una fuerte repercusión en el resultado final del período. Para esta exposición no se ha tenido en cuenta el posible impacto del coste de la rotura del inventario. Generando la siguiente función:

$$CI = \sum_{i=1}^{12} (QI_i * Cost_{QI}) + (QP_i * Cost_{QP_i})$$

Donde:

CI =	Coste del inventario
QI <sub>i</sub> =	Cantidad unidades inventariadas en el período
Cost <sub>QI</sub> =	Coste unitario de las unidades inventariadas en el período
QP <sub>i</sub> =	Cantidad producida en el período
Cost <sub>QP<sub>i</sub></sub> =	Coste unitario de la unidad producida

Por lo tanto, la función agregada de los factores variables será como consecuencia de la adición de los factores de aprovisionamiento y mano de obra, como sigue:

$$\begin{aligned}
Fa = & [\sum_{i=1}^{12} (Qdl_i * Qe_i * Qhes_d * Cost_{hep}) + \sum_{i=1}^{12} (Qhe_i * Qhts_* * Cost_{he}) + \sum_{i=1}^{12} (QP_{sub} * \\
& Cost_{QP_{sub}}) + \sum_{i=1}^{12} (Qe_i^c * Cost_{Qe^c}) + \sum_{i=1}^{12} (Qe_i^d * Cost_{Qe^d})] + [\sum_{i=1}^{12} (QI_i * Cost_{QI}) + (QP_i * \\
& Cost_{QP_i})]
\end{aligned}$$



## **Parte IV**

### **Diseño de la investigación y metodología**



## Capítulo 12

### Un modelo teórico de cálculo de coste estándar a través del uso de la lógica difusa

---

1. Introducción
2. Una función difusa de los costes de fabricación en ambientes de incertidumbre.
  - 2.1 Restricciones
    - 2.1.1 Restricciones de capacidad
    - 2.1.2 Restricciones de mercado
    - 2.1.3 Restricciones administrativas
3. Modelo con función difusa de los costes de fabricación fijos
4. Sistematización alternativa del cálculo del intervalo difuso al proceso de R+ Expertones
  - 4.1 Modelo tipo del cálculo del intervalo difuso
  - 4.2 Modelo alternativo al cálculo del intervalo difuso
5. Modelo de alternativo de defuzzificación de un intervalo difuso establecido por los R+ expertones
  - 5.1. Concepto de defuzzificación
  - 5.2. Proceso alternativo de defuzzificación; conversión un número borroso en un número cierto
6. Determinación de un nuevo modelo del cálculo de un conjunto difuso óptimo y la creación de una matriz de costes estándares
  - 6.1 Determinación de un nuevo modelo del cálculo de un conjunto difuso óptimo
    - 6.1.1. Costes fijos
    - 6.1.2. Costes variables
  - 6.2. Sistema matricial alternativo de estándares y desviaciones
    - 6.2.1. Matriz de estándares



## 1. Introducción

En los anteriores epígrafes se ha planteado la importancia del cálculo de los estándares en los factores de producción para la toma de decisiones donde Karwowski y Evans [1986] identifican aplicaciones de la teoría de conjuntos difusos en áreas de gestión de la producción de una planificación estratégica a largo plazo, con los objetivos de minimización de los costes de los factores, la inversión en el inventario, los cambios de ritmo en la producción, Arango Serna, MD. Vergara Rodríguez, C. [2009] o en las variaciones de plantillas y a la vez la maximización de los beneficios, el servicio a los clientes y la utilización de la capacidad instalada.

La teoría de conjuntos difusos, establecida por Zadeh hace más cuatro décadas, ha sido el punto de inicio de investigaciones entre otros del comportamiento de los costes de los factores bajo entornos de incertidumbre. En la aplicación de esta teoría para el control de los costes, en general, y los costes estándares, en concreto, se ha notado en las últimas dos décadas una gran influencia de los conjuntos difusos Zimmerman, 1989.

El control difuso se basa en la lógica borrosa, una lógica que está más cerca en espíritu del pensamiento humano y del lenguaje natural que de la lógica tradicional Kaufmann, A et al. [1978]. El control difuso significa principalmente el poder convertir de forma automática una política de control lingüística del conocimiento de expertos en un algoritmo de control. El hecho de que el control difuso sea aceptable y atractivo se basa en que se ha aplicado fructíferamente en aplicaciones complejas de observación o vagamente definidas, tales como procesos químicos o metalúrgicos. El control difuso puede manejar esos procesos satisfactoriamente por su habilidad en interpretar sentencias lingüísticas acerca de los procesos de bajo control, y de derivar en consecuentes, bajo una manera calificada, sin tener datos precisos y modelos de los procesos, Kaufmann, A. et al. [1986], por el contrario, es bien conocido que las técnicas convencionales de control usualmente tienen gran dificultad con procesos complejos. La experiencia demuestra que el control difuso puede generar resultados por lo menos semejantes a los obtenidos con algoritmos de control convencional. El control difuso ya no está confinado a los estudios en laboratorios como un método tecnológico; Escamilla, J. [1998], sino que ha entrado en el mercado comercial bajo la forma de lavadoras, cámaras de vídeo y fotos, frigoríficos, etc.

Así pues, el contenido de la presente tesis a lo largo del siguiente bloque es el tratamiento de los costes estándares y su desarrollo econométrico de los modelos expuestos en el bloque anterior, con el objetivo de presentar una función que recoja el tercero de los factores de producción como son los costes generales de fabricación  $T$ , tanto en su vertiente fija como en su vertiente variable, un modelo alternativo para al cálculo del intervalo difuso es la aportación de una nueva metodología en la

defuzzificación de un intervalo borroso y su expresión matricial para el cálculo de las desviaciones de los costes generales de transformación constantes y no constantes.

## **2. Modelización de una función difusa de los costes de fabricación en ambientes de incertidumbre para la planificación de la producción.**

Una de las carencias en los estudios, tesis o artículos ilustrados es la modelización de una función agregada de los costes de fabricación que cumplan uno de los requisitos de la planificación estratégica a largo plazo de la producción, el efecto de variables inciertas en el impacto del coste unitario de los costes de fabricación generales tanto de componente fijo como de componentes variables. Niazi, A. et al [2006].

Pues, la maximización de la capacidad productiva óptima sobre la capacidad realmente utilizada es uno de los objetivos de la planificación que se ha de tener muy en cuenta pues se ve directamente afectada por la variación de la demanda, entre otros factores de incertidumbre.

Van a entenderse como claramente vinculados a la producción todos aquellos costes que son necesarios, tanto de forma cuantitativa como cualitativa, y que incurren en el sostenimiento del producto, tales como pueden ser, a modo enunciativo: la energía, los repuestos, las amortizaciones y las depreciaciones

Los costes de fabricación tienen dos naturalezas de costes bien diferenciadas y que ya han sido descritas anteriormente por su comportamiento totalmente diferente la una de la otra sobre el coste total del factor, a saber:

- los costes variables aumentan o disminuyen de forma directa en función del nivel de actividad, por tanto, son variables aquellos costes de la empresa para los que existe una correlación directa entre su importe y el volumen al que se refieren.
- Y en referencia a los costes fijos, estos no van a tener ninguna relación directa con el nivel de actividad de la empresa, pero si va a influir directamente el nivel de la actividad alcanzada en el máximo aprovechamiento de éstos, además de ser la que va a comportar más conflictividad a la hora de imputar su valor al producto. Rocafort, A. [2008],

En este sentido, para minimizar estos costes planteamos en esta tesis una función objetivo que estará conformada tanto por unos costes variables como fijos bajo presupuestos rígidos o bien flexibles, en el

horizonte de la programación incierta, Mattesich, R [1957] y [1958]. A continuación el cálculo de cada uno de estas varianzas será:

a) *Costes variables.*

Este tipo de costes hace referencia a los ocasionados por el incremento de la actividad, siendo estos costes, asociados a la manufactura de productos en horas regulares, extraordinarias y costes de unidades subcontratadas. Siendo la función de estos costes como sigue:

$$CVcgf = \sum_{i=1}^{12} (Qdl_i * Qhes_d * Cost_{hep}) + \sum_{i=1}^{12} ([Qhe_i + Qhts_*] * Cost_{he}) + \sum_{i=1}^{12} (Qe_i^c * Cost_{Qe^c})$$

Donde:

CVcgf = Coste variable de los costes generales de transformación

Qdl<sub>i</sub> = Cantidad de días laborales en el período

Qhes<sub>d</sub> = Cantidad de horas extras por máquina

Cost<sub>hep</sub> = Coste unitario variable de las horas extras previstas

Qhe<sub>i</sub> = Cantidad producida en horas extras

Qhts = Cantidad de horas máquina estándar

Cost<sub>he</sub> = Coste unitario variable de una hora extra máquina

Qe<sub>i</sub><sup>c</sup> = Cantidad de horas máquina empleadas en el período

Cost Qe<sup>c</sup> = Coste unitario variable de una hora máquina real

b) *Costes fijos*

Una de las restricciones con mayor impacto en la planificación de los aprovisionamientos es, sin lugar a dudas, la variación de la demanda, que teniendo signo positivo absorbe el coste fijo y genera una sobreactividad mientras que con signo negativo de una demanda nos ha generar una subactividad. Concibiendo la siguiente función bajo presupuestos rígidos tenemos

$$CFcgf = \sum_{i=1}^{12} (F_i) + \beta - \rho$$

En el supuesto que se estuviese trabajando sobre presupuesto flexibles en vez de presupuesto rígidos la función sería:

$$CFcgf_s = \sum_{i=1}^{12} (P_s * Ar_i * csf_i) + \beta - \rho$$

Siendo:

$\beta$  la sobreactividad producida por una excesiva demanda o una producción más elevada de lo normal y destinada al inventario, a través de la siguiente función:

$$\beta = \left( \frac{Ar_i}{An_i} - 1 \right) \% * F_i$$

$\rho$  La subactividad producida por una excesiva demanda o una producción más elevada de lo normal y destinada a inventario, a través de la siguiente función:

$$\rho = \left( \frac{Ar_i}{An_i} - 1 \right) \% * F_i$$

Donde:

$CFcgf_s =$  Coste fijo de los costes generales de fabricación

$F_i =$  Costes fijos previstos en el período

$Ar_i =$  Actividad real del período

$An_i =$  Actividad normal del período

$P_s =$  Producción estándar prevista

$csf_i =$  Coste fijo estándar de una hora de máquina

Por lo tanto, la función agregada de los dos factores variables y fijos será como consecuencia de la adición, como sigue:

$$CT = \sum_{i=1}^{12} (Qdl_i * Qhes_d * Cost_{hep}) + \sum_{i=1}^{12} (Qhe_i * Qhts_* * Cost_{he}) + \sum_{i=1}^{12} (Qe_i^c * Cost_{Qe^c}) + \sum_{i=1}^{12} (F_i) + \beta - \rho$$

## 2.1 Restricciones

En otro orden, debemos exponer que existen diversas categorías de restricciones en la industria, tales como: de mercado, de inventario, de capacidad, logísticas o bien administrativas y contractuales. Las restricciones de capacidad o bien administrativas son las que reciban mayor atención en la toma de decisión.

Utilizando el modelo de programación lineal aportado por Charnes, A., Cooper, WW. y Miller, MH [1959] proponemos una programación agregada teniendo en cuenta las limitaciones de capacidad y administración y de no negatividad:



### 2.1.1 Restricciones de capacidad

Para hallar las horas regulares disponibles, tenemos las variables de la cantidad de horas empleadas en la máquina y su producción está en función de las horas disponibles, por lo tanto:

$$P_s = \left( Q_{dl_i} * Q_{hes_d} * \left( \frac{1}{Q_{hts_*}} \right) \right)$$

Donde:

$P_s$  = producción estándar

Sustituyendo parámetros constantes y unidades de las variables de decisión tenemos:

$$Q_{dl_i}[\text{dia}] * Q_{hes_d}[\text{máquina}] * \left( \frac{[\text{hora}]}{[\text{máquina dia}]} \right) * \left( \frac{1}{\frac{\text{hora}}{\text{unidad}}} \right) = P_s \text{ unidad}$$

### 2.1.2 Restricciones de mercado

La restricción de demanda es la que obliga a la adaptación de los niveles de producción:

$$P_s + Q_{e_i} + Q_{P_{sub}} + Q_{l_i} \geq D_i$$

Sustituyendo parámetros constantes y unidades de las variables de decisión tenemos:

$$\left[ Q_{dl_i}[\text{dia}] * Q_{hes_d}[\text{máquina}] * \left( \frac{[\text{hora}]}{[\text{máquina dia}]} \right) * \left( \frac{1}{\frac{2 \text{ hora}}{\text{unidad}}} \right) \right] + Q_{e_i}[\text{unidad}] + Q_{P_{sub}}[\text{unidad}] + Q_{l_i}[\text{unidad}] \geq D_i[\text{unidad}]$$

### 2.1.3 Restricciones administrativas

A continuación se exponen y detallan de forma enunciativa y no excluyente algunas de las causas motivadas por las políticas marcadas por la empresa y sus restricciones.

- *Política de obsolescencia*

En la mayoría de los casos cuando se tienen políticas de renovación de los activos productivos.

- *Políticas de laborales*

Por ejemplo si se mantiene una política de no formación y actualización laboral ante los cambios tecnológicos.

- *Políticas de mantenimiento:*

Esta restricción limita la capacidad óptima en el momento que la política de mantenimiento de los activos se ve reducida.

## 3. Modelo con función difusa de los costes de fabricación fijos.

Una vez definida la modelización de la función difusa de los costes generales de fabricación en ambientes de incertidumbre para la planificación de la producción se le puede adjuntar la función

prevista del coste de aprovisionamiento y del coste del inventario y por último el coste de la mano de obra, por lo que se obtendría una función agregada como la que sigue:

$$Fa = [\sum_{i=1}^{12} (Qdl_i * Qe_i * Qhes_d * Cost_{hep}) + \sum_{i=1}^{12} (Qhe_i * Qhts_* * Cost_{he}) + \sum_{i=1}^{12} (QP_{sub} * Cost_{QP_{sub}}) + \sum_{i=1}^{12} (Qe_i^c * Cost_{Qe^c}) + \sum_{i=1}^{12} (Qe_i^d * Cost_{Qe^d}) + \sum_{i=1}^{12} (QI_i * Cost_{QI}) + (QP_i * Cost_{QP_i})] + \sum_{i=1}^{12} (Qdl_i * Qhes_d * Cost_{hep}) + \sum_{i=1}^{12} (Qhe_i * Qhts_* * Cost_{he}) + \sum_{i=1}^{12} (Qe_i^c * Cost_{Qe^c}) + \sum_{i=1}^{12} (F_i) + \beta - \rho]$$

#### 4. Sistematización alternativa del cálculo del intervalo difuso al proceso de R+ Expertones.

El punto de atención de esta tesis se va a centrar en este apartado, en un modelo de función difusa para el tratamiento de los costes estándares fijos y variables de una producción, a través de un modelo de presupuesto flexible y detallado en secciones donde decíamos que:

$$CFcgf_s = \sum_{i=1}^{12} (P_s * Ar_i * csf_i) + \beta - \rho$$

Como ya hemos anunciado, la incidencia de la demanda en el nivel de actividad es una variable indeterminada, Rocafort, A [1991], que afectará directamente al nivel de la actividad de la empresa, aunque ésta pueda ser regulada por el nivel de inventario, lo que a su vez nos aportaría un nuevo coste de sostenimiento del mismo, por lo que vamos a determinar que la demanda es un dato incierto o vago, como premisa.

##### 4.1 Modelo tipo del cálculo del intervalo difuso.

Con el objetivo de determinar la *estándar técnico o cantidad* de producción, afectada esta por la demanda incierta, utilizamos para su cálculo, la técnica de *regresión lineal múltiple borrosa* Tanaka et al. [1989], y que se produce cuando los coeficientes del lado derecho de las restricciones  $\delta_i$  son cantidades con una elevada incertidumbre.

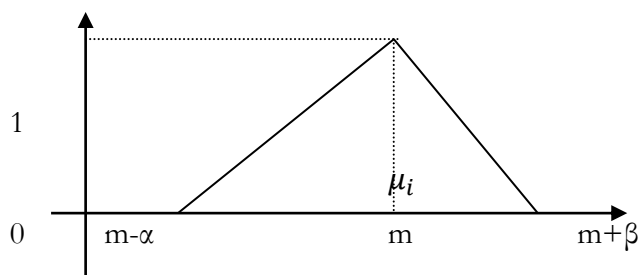


Gráfico 27: Número triangular difuso asimétrico  $\bar{a} = (m - \alpha, m, m + \beta)$ .

Obsérvese que corresponde a una anotación simple, como representación de tres números concretos, donde el número del centro representa el punto donde  $\mu_A = 1$ .

Como por ejemplo para encontrar un número cercano a 6, donde puede anotarse como  $\bar{6} = (4.5, 6, 7.3)$ .

Para el diseño de este modelo se asume que los valores de la demanda están definidos en el intervalo  $[D_i, D_i + P_i]$  para cada período, donde  $D_i$  es la demanda pronosticada para el período  $i$  y  $P_i$  es el componente difuso.

$P_i$  Se puede definir por métodos cuantitativos para pronósticos de demanda para cada período, donde, estos métodos se basan en percepciones y juicios de valor que se construyen a partir de un entorno de factores que van a determinar la demanda, obteniendo, entonces, una función trapezoidal como  $\bar{b} = (m, n, \alpha, \beta)$  a través de la siguiente representación gráfico:

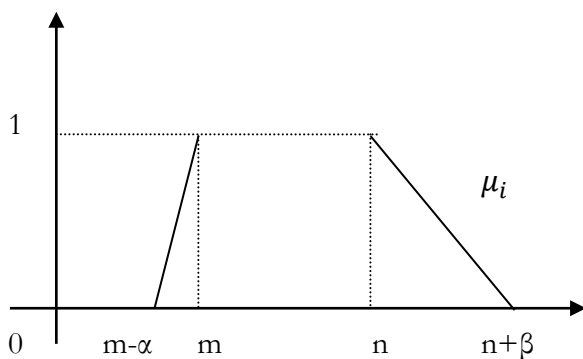


Gráfico 28: Número trapezoide difuso asimétrico

Después de los anteriores supuestos se procede a plantear el modelo difuso para la obtención del  $CFcgf_s$  el cuál busca maximizar la satisfacción del decisor ( $Q$ ), minimizando a su vez los costes de implementación bajo una estrategia de alcance de demanda prevista, cuando ésta posea incertidumbre.

El supuesto que realizamos para nuestro modelo es donde  $\bar{D}_i$  es un número difuso, donde para una mejor ilustración exponemos:

$$\bar{D}_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } a_x \geq D_i + p_i \\ \frac{a_x - D_i}{p_i} & \text{si } D_i < a_x < D_i + p_i \\ 0 & a_x \leq D_i \end{cases}$$

Para determinar el conjunto difuso de valores óptimos, primero se calculan los límites inferiores y superiores de estos:

$$\text{Min CFcgf}_s^+ = \sum_{j=1}^n c_j, x_j$$

Donde

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}, x_j \geq b_i + p_i \quad (i \in N_r)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_r)$$

$$\text{Min CFcgf}_s^- = \sum_{j=1}^n c_j, x_j$$

Donde

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}, x_j \geq b_i \quad (i \in N_r)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_r)$$

Luego el conjunto difuso de valores óptimos (U), el cual es el conjunto difuso:

$$U(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq \text{CFcgf}_s^+ \\ \frac{\text{CFcgf}_s^+ - x}{\text{CFcgf}_s^+ - \text{CFcgf}_s^-} & \text{si } \text{CFcgf}_s^- < x < \text{CFcgf}_s^+ \\ 0 & \text{si } x \leq \text{CFcgf}_s^- \end{cases}$$

En este caso el grado de satisfacción del decisor  $\tau$  aumenta a medida que la respuesta obtenida se acerca a  $\text{CFcgf}_s^-$ .

Donde

Las restricciones de capacidad

$$\left( Qdl_i * Qhes_d * \left( \frac{1}{Qhts_*} \right) \right) = Ps_{Qdl_{i-1}} + Qe_i^c \leq Q_{\max}$$

$$\tau (\text{CFcgf}_s^+ - \text{CFcgf}_s^-) + \sum_{j=1}^n (Qdl_i * Qhes_d * csf_j) \leq \text{CFcgf}_s^+$$

Siendo

$Q_{\max}$  = La capacidad máxima de actividad

Las restricciones de mercado

$$\sum_{j=1}^n P_s + Q_{e_i} + Q_{P_{sub}} + Q_{l_i} - \tau p_i \geq D_i$$

Ahora, para determinar el *estándar económico*, Reig, J. et al. [2002] nos aportaba en su trabajo la figura del expertón para determinar el intervalo de los precios de coste, obteniendo un modelo trapezoidal estimando una situación de máxima incertidumbre (nivel  $\alpha = 0$ ) y una situación mínima incertidumbre (nivel  $\alpha = 1$ ).

Una vez hallados dichos intervalos para los *estándares económicos* de los costes se contra evalúan, de nuevo, los valores dados por los expertos en una nueva valoración de los mismos también llamado R+ expertones o contraexpertizaje. Nos indica, entonces, que favorece al experto representar mejor el conocimiento y avance además en la sensibilidad del análisis al poder expresar mejor la opinión de éste.

El concepto de expertón se atribuye a Kaufmann, A [1979] y representa la fusión de las opiniones de los expertos expresadas con intervalos, y transformadas a un número borroso. Mediante esta técnica, se inicia el proceso solicitando a los expertos valuaciones en  $[0, 1]$  (usualmente, con un sistema endecadario), donde dichas opiniones se ordenan, procesan y unifican en forma de subconjunto borroso, Kaufmann, A. et al. [1990], y mediante el uso de intervalos de confianza, dando lugar al expertón.

Operando con las premisas señaladas, se propone un modelo de costes estándares donde las previsiones de cada elemento se definen a través de un intervalo obtenido mediante la opinión experta de los técnicos y responsables de gestión, Kaufmann, A et al. [1992].

En contraposición con esta sistemática de cálculo, las metodologías convencionales, definirían cada previsión según un número concreto, y preferiblemente fundamentado en una estadística pasada, Pfeilstickers [1981].

La previsión de los expertos deberá considerar todos los datos objetivos relativos a la capacidad técnica, sus limitaciones y la experiencia pasada, pero además podrá considerar elementos inciertos que hagan prever alteraciones significativas de las variables explicativas de la función de costes. Así pues, se podrán considerar de una forma ágil y operativa, fenómenos de difícil medición cruciales para la formulación del estándar. Entre otros, se podrán estimar las posibles alteraciones vinculadas a fenómenos tales como: procesos de deslocalizaciones, externalizaciones parciales o totales de un proceso productivo, la introducción de nuevas tecnologías, los cambios bruscos de tendencia en los precios o en las preferencias de los consumidores, roturas previsibles de suministro, etc.

Pueden efectuarse mediante expertones todas las operaciones que se hacen con los subconjuntos borrosos y los intervalos de confianza.

Así pues, la metodología concreta del cálculo de los expertones, implica un cálculo secuencial donde los datos son reposicionados y simplificados. Por la acumulación de cálculos, a continuación se detallan los pasos y procesos del método.

Paso 1: Se consulta a un número N de expertos una estimación. La respuesta a la consulta se presenta mediante el siguiente formato:

- Nivel de coste de máxima presunción: representado por un número concreto.
- Estimación del nivel de variación mínima y máxima en relación al coste de máxima presunción.

Paso 2: De este primer muestreo se obtiene inicial promedio, ( $I_p$ ) siendo la media aritmética de las previsiones del nivel de máxima presunción esto es:

$$I_p = \sum_{j=1}^n E_j / n$$

La anterior expresión, dado que opera sobre un intervalo, se expresa igualmente por intervalo ( $I_{pmin}$ ,  $I_{pmax}$ ). Con el objetivo de acotar el intervalo y reforzar la previsión, se consulta a un segundo grupo de expertos, el grado de acierto en relación a la previsión. El objetivo es lograr el  $R^+$  expertón.

Paso 3: Con ese objetivo, se solicita la opinión a un segundo grupo de expertos, y expresada mediante intervalos de confianza o números precisos en un sistema endecario en los valores comprendidos en [0, 1] con la siguiente correspondencia semántica:

- 0,0:  $I_{pmin}$  es correcto
- 0,1: prácticamente  $I_{pmin}$
- 0,2: casi  $I_{pmin}$
- 0,3: cercano a  $I_{pmin}$
- 0,4: más cerca de  $I_{pmin}$  que de  $I_{pmax}$
- 0,5: tan cerca de  $I_{pmin}$  que de  $I_{pmax}$
- 0,6: más cerca de  $I_{pmax}$  que de  $I_{pmin}$
- 0,7: cercano a  $I_{pmax}$
- 0,8: casi  $I_{pmax}$
- 0,9: prácticamente  $I_{pmax}$
- limitante1,0:  $I_{pmax}$  es correcto

Una vez recogidas las opiniones, se procede a la construcción del Expertón, correspondiente para lo que primero se determinarán las frecuencias absolutas, seguidamente se calcularán las frecuencias relativas, y por último se determinarán las frecuencias acumuladas inversas.

Para establecer las frecuencias absolutas, se determina el número de veces que aparece cada valor en los extremos inferiores ( $L_i$ ) y superiores ( $L_s$ ) del intervalo, así como en el centro del mismo ( $V_c$ ), pues frecuentemente las opiniones vendrán expresadas en tripletas de confianza.

Tabla de frecuencias relativas: En este punto, procede calcular las funciones acumuladas inversas, empezando por acumular de forma ascendente a partir del nivel 1, con lo se habrá construido el Expertón. Puesto que las opiniones con frecuencia vendrán expresadas en tripletas de confianza, posiblemente se obtenga un M-Expertón donde,  $L_i$  es el límite inferior,  $V_c$  el valor central y  $L_s$  el límite superior.

Tabla de frecuencias acumuladas inversas o M- Expertón: Una vez determinado el Expertón, el paso siguiente es efectuar las transformaciones oportunas que faciliten la obtención del  $R^+$  Expertón, lo que permitirá la expresión de las opiniones de los expertos. Si se partiera de un M-Expertón, el resultado a obtener sería un  $R + M$ -Expertón.

Calculo del  $R^+$ -Expertón: Siendo la esperanza matemática del  $R$ -Ex = media columnas excepto columna 0 y dividido por 10,

Cuando concurren diversas opiniones de expertos puede suceder que haya puntos de vista divergentes o que se encuentren muy alejados de la media. Cuando suceden este tipo de situaciones son conocidas diversas técnicas de filtrado y criba de datos. Así, Chen-Tung Hsu [1996] usa una agregación de opiniones borrosas bajo grupos de decisión en los cuales se utiliza un determinado grado de acuerdo. Esta metodología permite la expresión de opiniones que difieran mucho de las demás, proponiéndose una nueva fase de reconsideración de su opinión Tütüncü, G.Y.et al. [2008].

La variable  $\tilde{C}$  ha sido evaluada por un grupo de expertos en esta cuestión. Esto permitirá crear un haz de números borrosos correspondiente a la estimación la variable.

Se suele considerar adecuado hallar un número borroso (NB) medio, el cual ha sido debidamente ponderado:

$$\tilde{C} = (\bar{a}, \bar{b}) = 1 (\sum_i w_i a_i, \sum_i w_i b_i), \text{ con } \sum_i w_i$$

En el caso de que se presenten opiniones muy alejadas de la media el método Delphi trata dicha problemática, Kaufmann, A. et al. [1996], a través de este método se suministra a cada experto la distancia existente entre su opinión y la media, para que pueda replantearse su opinión, se así lo desea.

Para el cálculo de la dispersión utilizaremos el coeficiente de variación por ser adimensional, que vendrá representado en el caso del extremo inferior por:

$$Cava = \left( \sum_i \omega_i (a_i - \bar{a})^2 \right)^{1/2}$$

Fijamos un  $CV^*$  que detenga el proceso, representado por:

$$\bar{a}_{\max} \{CV1a, CV1b\} \leq CV^*$$

En caso contrario, el proceso será iterativo: información / nueva opinión.

Pudiéndose tener en cuenta en esta fase algunos contrastes (Grubbs, Dixon, Thomson, etc.) para la eliminación de valores atípicos.

Con la nueva información se procederá al cálculo de nuevos valores  $\bar{a}$  y  $\bar{b}$  que continúan el proceso.

Sin embargo, debemos considerar que en alguna de las fases la nueva información poco puede aportar al modelo, puesto que no difieren sensiblemente de la fase anterior.

La prueba de signo-rango de Wilcoxon nos ofrece una herramienta adecuada para la comparación de dos pruebas con datos aparejados, puesto que tiene en cuenta tanto el signo como la magnitud de las diferencias.

Bajo la hipótesis nula  $H_0$  se espera que las sumas de rangos positivos sea igual a las suma de rangos negativos, rechazándose dicha hipótesis al obtener un estadístico  $T$  igual o menor que el valor crítico.

En caso contrario, continuará el proceso hasta que se dé algunas de las siguientes condiciones:

- 1.- Se alcance el número máximo de iteraciones.
- 2.-  $\max. \{CVja, CVjb\} \leq CV^*$
- 3.- Se acepte la hipótesis  $H_0$ .

De esta forma, el proceso se detiene aunque el coeficiente de variación sea elevado.



Para hallar el resultado del estándar económico y su esperanza matemática nos aporta la media aritmética de los valores sin tener en cuenta los valores de presunción 0.

El resultado final es la obtención de un estándar económico defuzzificado a través de un contraexpertizaje del modelo de los  $R^+$  expertones, Reig [2002], Sansavador [2004], y una cantidad hallada por el impacto de la incertidumbre de la demanda a través de la progresión lineal generando un estándar económico y técnico de los costes generales de transformación.

Disponiendo de estos tres intervalos, se propone una metodología de defuzzificación o concreción de los intervalos según números precisos.

#### **4.2 Modelo alternativo al cálculo del intervalo difuso.**

El modelo alternativo presentado a continuación tiene entre sus objetivos prioritarios el ofrecer una elección ágil y operativa para la determinación de costes estándares en contextos inciertos. Bajo esta premisa se plantea la obtención de una previsión del coste lo más acertada posible, pero que al mismo tiempo, que su cálculo no suponga una dificultad añadida a un sistema matricial complejo. Por ello, a continuación, se describe una metodología novedosa en el tratamiento de datos borrosos, sin perjuicio de que pudieran aplicarse otros métodos más complejos.

Para ello partiremos en primer lugar, al igual que el modelo tipo, de un reducido número de expertos que nos aporten la confianza y el conocimiento, siendo entre ellos estas variables del mismo paralelismo.

Sabido es, que con este proceso vamos a obtener una simplificación en el cálculo de los *estándares económicos*, reduciendo así su tiempo y esfuerzo, ya que el tratamiento de una gran decisión estratégica tiene connotaciones divergentes con respecto a las tomas de decisión operativas de un presupuesto.

Así pues, partiendo del;

Paso 1: Se consulta a un número  $N$  de expertos su estimación en el *estándar económico* de un factor  $S$ . El nivel de confianza,  $\alpha$ , en cada experto del grupo se considera idéntico.

Paso 2: Se establece una tabla de frecuencias acumuladas inversas o  $M$ - Expertón: Una vez determinado el Expertón, el paso siguiente es efectuar las transformaciones oportunas que faciliten la obtención del  $R^+$  Expertón, lo que permitirá la expresión de las opiniones de los expertos. Si se partiera de un  $M$ -Expertón, el resultado a obtener sería un  $R + M$ -Expertón.

Paso 3: Cálculo del R+-Expertón: Siendo la esperanza matemática del R-Ex = media columnas excepto columna 0 y dividido por 10,

Y así, para una mayor clarificación en el ejemplo presentado, aportaremos los datos aportados por Reig, J et al. [2002] con los siguientes valores para el cálculo del *estándar económico* de una materia prima A contribuido por los expertos.

Experto	Pr A
1	[1000,1200]
2	[900,1000,1200]
3	[1100, 1300]
4	[1200, 1400]
5	[1200,1300,1400]

Tabla 16: Captación de valuaciones del estudio presentado por Reig, J. et al [2002]

De este primer muestreo se obtiene dos informaciones:

- El *intervalo de máxima amplitud* ( $I_A$ ) definido por la estimación mínima inicial y la estimación máxima inicial. Se considera como prácticamente imposible que el coste real se sitúe fuera de ese intervalo, o si más no, se considera que sólo podría situarse fuera de dicho intervalo como consecuencia de sucesos extraordinarios completamente imprevisibles. En el ejemplo propuesto,  $I_A = [900, 1400]$ .
- *Intervalo inicial promedio* ( $I_M$ ) definido por la media aritmética de los costes mínimos y máximos de las estimaciones iniciales. Dado que a los expertos seleccionados se les atribuye el mismo grado de confianza, se les atribuye igualmente el mismo grado de capacidad predictiva. Por ese motivo se considera representativa la media aritmética de los valores mínimos y máximos estimados.

Así,

$$I_M = \left( \sum_{j=1}^n \frac{E_{jMIN}}{n}, \sum_{j=1}^n E_{jMAX} \right)$$

Siendo:

$E_{jMIN}$  = valores del coste mínimo estimado.

$E_{jMAX}$  = valores del coste máximo estimado.

En el ejemplo propuesto:

$$I_M = ([1000, 900, 1100, 1200, 1200])/5 + ([1200, 1200, 1300, 1400, 1400])/5 = [1080, 1300]$$

Con ese objetivo, se solicita la opinión expresable mediante intervalos de confianza o números precisos en un sistema endecario en los valores comprendidos en  $[0,1]$  con la siguiente correspondencia semántica:

- 0: el valor 1080 es correcto
- 0,1: prácticamente 1080
- 0,2: casi 1080
- 0,3: cercano a 1080
- 0,4: más cerca de 1080 que de 1300
- 0,5: tan cerca de 1080 que de 1300
- 0,6: más cerca de 1300 que de 1080
- 0,7: cercano a 1300
- 0,8: casi 1300
- 0,9: prácticamente 1300
- 1:0 el valor 1300 es correcto

Al considerar los valores promedios, se asume una pérdida significativa de información en relación a las estimaciones iniciales efectuadas por los expertos cita. Por ese motivo, el coste medio de máxima presunción se considera sólo como una noción orientativa. Pero al mismo tiempo, se considera que la amplitud total del intervalo es suficiente como para comprender en su interior un valor que predetermine el coste de forma razonable. Con el objetivo de acotar el intervalo y reforzar la previsión del *estándar económico*, se consulta a un segundo grupo de expertos, el grado de acierto en relación a la previsión del coste del factor S considerando el intervalo  $[1080, 1300]$ . El objetivo es lograr el R+expertón.

En el ejemplo propuesto, los datos obtenidos del segundo grupo de expertos sigue el siguiente proceso ordenado:

1. Captación de las valuaciones:

Contraexpertos	Valuaciones
a	0,9
b	$[0,7,0,8, 0,9]$
c	0,8
d	0,7
e	$[0,6,0,8,0,9]$

Tabla 17: Captación de valuaciones del estudio de Reig, J. et al. [2002]

2.- Clasificación de las frecuencias absolutas

	Límite inferior	Límite superior
0	0	0
0,1	0	0
0,2	0	0
0,3	0	0
0,4	0	0
0,5	0	0
0,6	1	0
0,7	2	1
0,8	1	1
0,9	1	3
1	0	0

Tabla 18: Clasificación de las frecuencias absolutas del estudio de Reig, J. et al. [2002]

3.- Tabla de frecuencias relativas

0	0	0
0,1	0	0
0,2	0	0
0,3	0	0
0,4	0	0
0,5	0	0
0,6	0,2	0
0,7	0,4	0,2
0,8	0,2	0,2
0,9	0,2	0,6
1	0	0

Tabla 19: Clasificación de las frecuencias relativas del estudio de Reig, J. et al. [2002]

- Tabla de frecuencias acumuladas inversas o M-Expertón

M expertón A		
0	1	1
0,1	1	1
0,2	1	1
0,3	1	1
0,4	1	1
0,5	1	1
0,6	1	1
0,7	0,8	1
0,8	0,4	0,8
0,9	0,2	0,6
1	0	0

Tabla 20: Clasificación de las frecuencias acumuladas inversas o M- Expertón relativas del estudio de Reig, J. et al. [2002]

- Calculo del R+-Expertón

$$R+Ex = a1s + (a2s-a1s) \times M-ex$$

0	1300	1300
0,1	1300	1300
0,2	1300	1300
0,3	1300	1300
0,4	1300	1300
0,5	1300	1300
0,6	1300	1300
0,7	1256	1300
0,8	1168	1256
0,9	1124	1212
1	1080	1080

Tabla 21: Cálculo del R+ Expertón relativas del estudio de Reig, J. et al. [2002]

Por lo tanto, el intervalo definido por el R+-Expertón queda definido por los extremos: [1258, 1283], siendo el más probable el 1272

Si utilizamos la media ponderada para el cálculo de R+ expertón el intervalo aportado por Reig, J et al. [2002] nos lo establece entre [1258, 1283] siendo el más probable 1272. La fiabilidad de la estimación final tiene el mismo rango medio o porcentual dado que los expertos son de la misma categoría. Aproximar lo que tiene de bueno es que el experto consultado no hace falta que tenga nociones de lógica borrosa, esto es no se le debe pedir función de pertenencia, etc.

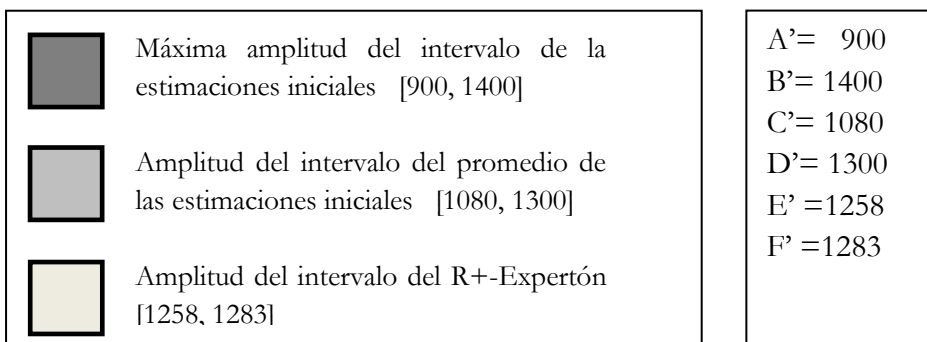
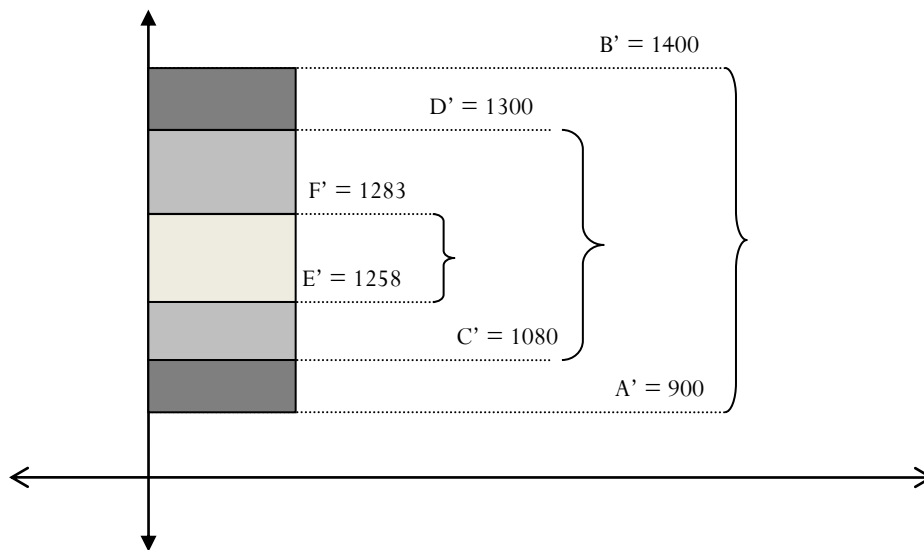


Gráfico 29: Proceso de acotación del intervalo de las estimaciones

## 5. Modelo de alternativo de defuzzificación de un intervalo difuso establecido por los R+ expertones.

### 5.1 Concepto de defuzzificación

Después de realizado el Proceso de Inferencia (aplicación de normas para llegar a un resultado), se realiza el proceso de defuzzificación, Mendiburu Díaz, H. A. [2008], siendo éste el proceso inverso de la fuzzificación, es decir, es la acción de convertir un valor difuso en un valor exacto.

El proceso de defuzzificación transforma un conjunto borroso, es decir un conjunto de variables lingüísticas con sus respectivos grados de pertenencia, en un número concreto. La metodología de la defuzzificación es una parcela amplia y compleja de la lógica borrosa, que en si misma constituye una línea de investigación. Dada la finalidad de este trabajo, centraremos nuestra atención en unos métodos concretos cuyas características son aptas para el objetivo de fondo de la investigación, esto es, la estandarización de costes.

Existen diversas funciones matemáticas para determinar un valor, así:

- *Función de Máxima Membresía*: Es también conocido como el método de altura, la salida es la máxima altura del conjunto difuso final.
- *Método Centroide*: Llamado centro de área, centro de gravedad o *método de Sugeno*, es el método más usado y más potente.
- *Método de Máximo Promedio Eficaz*: Utiliza el valor de la media eficaz del máximo. Se usa sólo para conjuntos difusos de salida simétricos.
- *Método Máximo Medio*: Igual que el anterior, pero solamente saca al máximo medio como salida.

Los dos requerimientos generalmente contradictorios en el diseño de la información sustentada en números borrosos son la interpretabilidad y la precisión. La interpretabilidad es la capacidad de expresar el comportamiento del sistema real de una forma entendible, y la precisión es la capacidad de representar fielmente el comportamiento del sistema real, Mendel [1995]. En la práctica, una de estas dos propiedades prevalece sobre la otra, es decir, los sistemas más interpretables son menos precisos y los más precisos son menos interpretables. Los analistas tratan de buscar un balance entre precisión e interpretabilidad, Samaniego Alcántar, A [2009]. Este equilibrio implica, entre otras consideraciones, expresar números borrosos en números naturales. Esta transformación de lo borroso a lo concreto es el proceso de defuzzificación Herrera, F. [2004].

Un defuzzificador de probada validez matemática Escamilla, J. [1998] es el método del Centroide. Matemáticamente, el método del centroide se define por:

$$Z_0 = \frac{\int_z C(z)zdz}{\int_z C(z)dz}$$

Como alternativa al método del centroide, conviene señalar a los métodos de defuzzificación adaptativos. Estas metodologías primero defuzzifican la aportación individual de la inferencia obtenida y posteriormente se computa una suma ponderada Herrera, F. [2004]. El empleo de esta conversión equivale a realizar una modificación lingüística de la estructura de la regla. La modificación lingüística de la regla consiste en relajar la estructura de dicha regla cambiando ligeramente el significado de las etiquetas involucradas. Concretamente, la equivalencia se produce cuando la modificación lingüística se utiliza para cambiar la forma de la función de pertenencia del conjunto borroso asociado. Esta modificación es no lineal lo que mantiene inalterado el soporte del conjunto borroso.

De esta forma, cuando el conjunto borroso es modificado por un valor en la potencia mayor que 1, la función de pertenencia se contrae. Cuando el conjunto difuso se modifica con valores menores que 1, la función de pertenencia se expande.

La expresión formal que se emplea generalmente para generar los métodos de defuzzificación adaptativos es:

$$y_0 = \frac{\sum_i^n f(h_i) V_i}{\sum_i^n f(h_i)}$$

## **5.2 Proceso alternativo de defuzzificación; conversión un número borroso en un número cierto.**

Ahora se desea transformar intervalos a números concretos. Hay muchas formas, pero proponemos la siguiente metodología de defuzzificación adaptada.

El proceso anteriormente descrito va acotando intervalos mediante la opinión de los expertos. Si los intervalos se fueran acotando de forma sucesiva, tenderían a la determinación de un número preciso, pues deberían coincidir des.min = des. máx. =0

Se considera que las tres acotaciones sucesivas (intervalo máximo inicial, intervalo inicial medio, intervalo del R+ expertón) dibujan un trazo tanto en su extremo inferior como superior, cuyo punto de corte se estima como coste de máxima presunción, o coste estándar.

Se considera que las funciones que estiman el coste mínimo y máximo son explicadas por el número de filtros que van acotando intervalos, dibujando un trazo no lineal.

Así la función de costes se define según la siguiente *función cuadrática* donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  (llamado términos) son números reales y conocidos, siendo  $a x^2$  distinto de cero, pudiendo serlo los términos  $b$  y  $c$  y representando una curva cóncava, es decir, mirando hacia arriba sobre los ejes:

$$F(x) = a x^2 + b x + c$$

En el ejemplo propuesto se observarían los siguientes valores:

Coste mínimo estimado		Coste máximo estimado	
$x$	$F(x)$	$x$	$F(x)$
1	900	1	1400
2	1080	2	1300
3	1258	3	1283

Tabla 22: Nuevos valores a través de las funciones de mínimo y máximo

Sustituyendo valores en el caso de la función del coste mínimo estimado:

$$x = 1; F(x) = 900 = a + b + c$$

$$x = 2; F(x) = 1080 = 4a + 2b + c$$

$$x = 3; F(x) = 1258 = 9a + 3b + c$$

Resolviendo el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas se define la función del coste mínimo estimado:

$$F(x)_{\min} = -1 X^2 + 183 X + 718$$

Sustituyendo valores en el caso de la función del coste máxima estimado:

$$x = 1; F(x) = 1400 = a + b + c$$

$$x = 2; F(x) = 1300 = 4a + 2b + c$$

$$x = 3; F(x) = 1283 = 9a + 3b + c$$

Operando de idéntica forma con la función del coste máximo esperado, se obtiene:

$$F(x)_{\max} = 41,4 X^2 - 224,5 X + 1583$$

Asumiendo la convergencia de ambas funciones hacia el coste estimado o coste estándar, se busca el punto de cruce, esto es:



$$F(x)_{\min} = F(x)_{\max}$$

Así:

$$-1 X^2 + 183 X + 718 = 41,4 X^2 - 224,5 X + 1583$$

Al resolver la ecuación:  $x = 3,1721$

Sustituyendo el valor en cualquiera de las dos funciones se obtiene la estimación del coste estándar:

$$F(X)_{\min/\max} = 1288,4$$

Se dice, en el ejemplo presentado de Reig que el precio real ha sido de 1280 €/u y las unidades consumidas 5000 u.

De lo que deducimos que ellos estimaban un coste de 1297,5 €/u, ya que al desviación ascendió a 87.500 um [Desviación = (precio previsto – precio real) x cantidad consumida = (1297,5 – 1280) x 5000 = 87.500um].

Bien, ahora con los mismos datos que dan ellos, aplico mi sistema:

Y por lo tanto un coste estimado de 1288,4 €/u

Se calcula la desviación:

$$\text{Desviación} = (1288,4 - 1280) \times 5000 = 42.000\text{um}$$

Conclusión:

Con esta nueva aportación al método de defuzzificación a través de función cuadrática de máximos y mínimos la desviación se ha reducido en casi un 50% a la predicción establecida transfiriendo mayor exactitud en el resultado y mayor facilidad de gestión de los datos.

## **6. Determinación de un nuevo modelo del cálculo de un conjunto difuso óptimo y la creación de una matriz de costes estándares**

### **6.1 Determinación de un nuevo modelo del cálculo de un conjunto difuso óptimo**

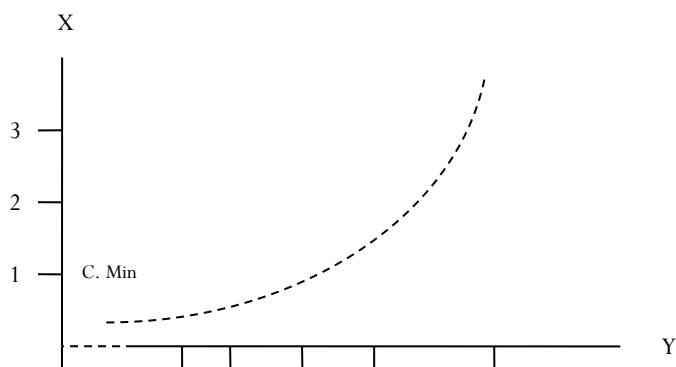
Como he anunciado, presento a continuación un modelo alternativo para la determinación del conjunto borroso, en el perfil de la deducción de los límites inferiores o mínimos y superiores o máximos de una

función difusa. Tiene entre sus objetivos prioritarios el ofrecer una elección veloz y operativa para la determinación de costes estándares en contextos inciertos. Expresar números borrosos o difusos en números naturales.

Con una aportación centrada en el proyecto de determinar dicha función relativa a los factores generales de producción de un proceso industrial o de servicios.

Bajo esta premisa se plantea la obtención de una función que iguale, la función  $F_{(x_f)} \text{ min}$  con la función  $F_{(x_f)} \text{ máx}$  para encontrar un punto de corte. Una vez encontrado este punto de corte puede encontrarse el valor de  $F_{(x_f)}$  que representa la estimación unitaria del coste fijo y que se simbolizará según  $S_f$ , así como el punto de corte  $x_v$  donde se atraviesan las funciones  $F_{(x_v)} \text{ min}$  con la función  $F_{(x_v)} \text{ máx}$  para encontrar el valor de  $F(x_v)$  que representa la estimación unitaria del coste variable y que se simbolizará según  $S_v$ .

Donde la función de mínimos  $F(x)_{\text{min}}$  nos representará una curva como sigue:



X = número de filtros Y= coste estimado

Gráfico 30: Función de mínimos de una función cuadrática cóncava

Mientras que la función de máximos  $F(x)_{\text{max}}$  se representará de la siguiente forma:

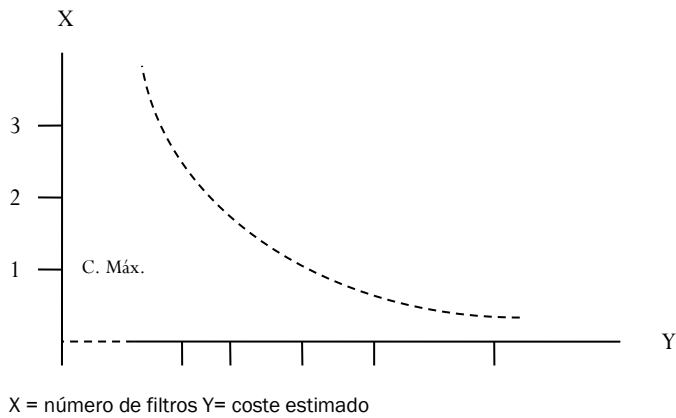
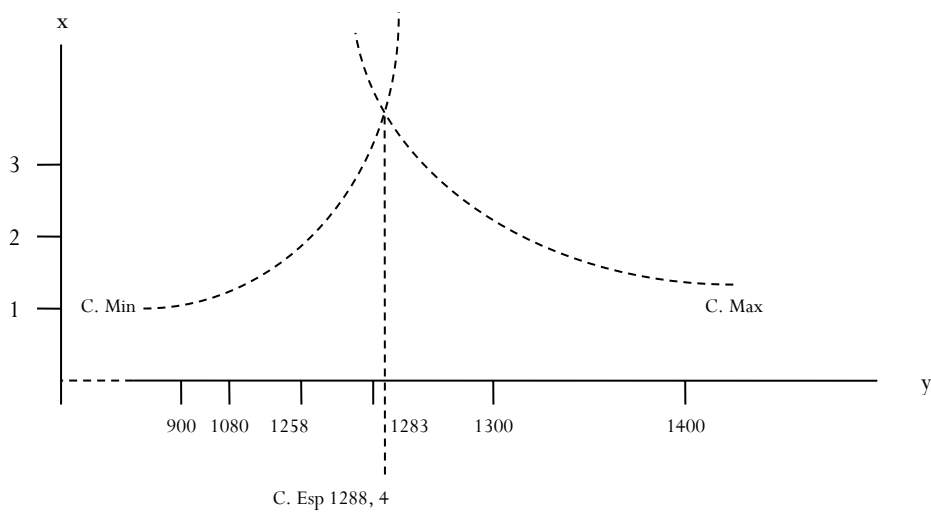


Gráfico 31: Función de máximos de una función cuadrática cóncava

Y es en el punto de intersección de las funciones donde vamos a encontrar el punto de coste esperado defuzzificado. Al mismo tiempo, con el objetivo de dotar de mayor precisión a la función de estimaciones, no se aproxima de forma lineal, sino en su forma cuadrática pues resulta evidente que la intersección de dichos puntos no dibuja linealidad.

De esta forma:



X = número de filtros C.Min = función de costes mínimos estimados C.Esp = coste estimado o coste

Gráfico 32: Función de intersección de la función mínima y máxima

Siendo:

$F(x)$  = Valor que toma el coste estimado

$x$  = Número de filtros o cribas

Provisionamos un coste lo más acertado posible, pero que al mismo tiempo, que su cálculo no suponga una dificultad añadida a un sistema matricial complejo. Para determinar el conjunto difuso de valores óptimos, primero se calculan los límites inferiores y superiores de estos:

De forma continuista se aportará de nuevo la figura del expertón con el objetivo de acotar el intervalo y reforzar la previsión, y se consultará a un segundo grupo de expertos, el grado de acierto en relación a la previsión. El objetivo es lograr el  $R^+$  expertón, y el uso de una tripleta de confianza a escala encadenaría o múltiple.

Ehsan Eshtehardiana et al [2008] proporciona una línea de investigación alternativa ante el encuentro de dos puntos de coste difuso.

Se asume previamente la siguiente proposición:

*Proposición  $x$* : Se considera que tanto los costes fijos como los variables siguen patrones perfectamente lineales dentro del intervalo de producción normal, es decir, no se produce aceleración de la producción ya que estos tienen crecimientos incrementales de los mismos. Ejemplo: acelerar la entrega, antes de tiempo, de una construcción.

### 6.1.1 Costes fijos

Nos surge de nuevo la incertidumbre del aprovechamiento de la capacidad productiva de los costes fijos, como nos anuncia Rocafort, A. [2008] en el cálculo de la subactividad o sobreactividad debido a la incerteza de la demanda, lo que nos lleva a introducir a ésta como la variable difusa.

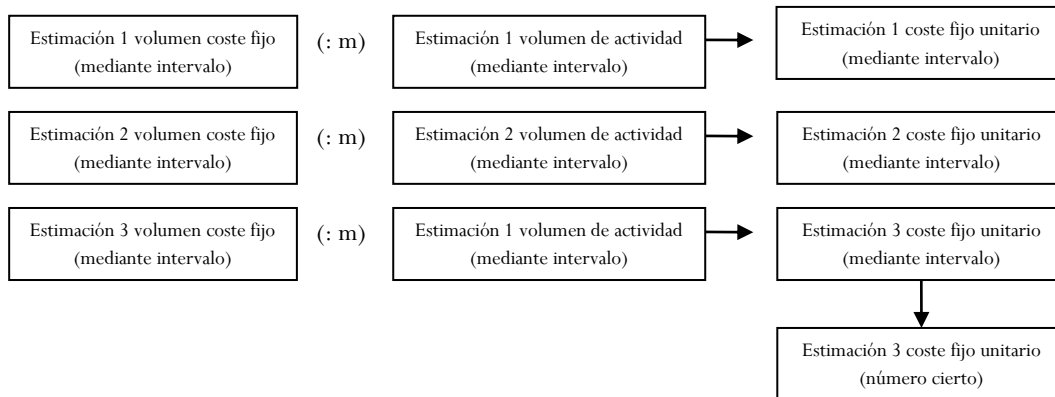
Establecemos, pues, tres intervalos de confianza para determinar tanto la  $F_{(S_f)}^{min}$  con la función  $F_{(S_f)}^{máx}$  para encontrar su punto de corte.

En el intervalo de máxima amplitud ( $I_A$ ) se establecerán los valores mínimos y máximos de las estimaciones iniciales del coste fijo unitario estándar, a través de las determinación del valor mínimo y máximo inicial de las estimaciones de actividad prevista, es decir, el *estándar técnico* por el estándar *económico unitario*.

En el intervalo inicial promedio ( $I_M$ ) se establecerán los valores mínimos y máximos de la media aritmética de los  $n$  expertos prescindiendo de los valores 0 de las estimaciones iniciales del coste fijo

unitario estándar, a través de la determinación del valor mínimo y máximo inicial de las estimaciones de actividad prevista, es decir, el *estándar técnico* por el *estándar económico unitario*.

Y por último el intervalo de la esperanza matemática del R-Ex ( $I_E$ ) se establecerán los valores mínimos y máximos promedio aritmético de los R+ expertos o contraexpertizaje prescindiendo de los valores 0 de las estimaciones iniciales del coste fijo unitario estándar, a través de la determinación del valor mínimo y máximo inicial de las estimaciones de actividad prevista, es decir, el *estándar técnico* por el *estándar económico unitario*.



Mediante la técnica descrita en los apartados anteriores se obtiene mediante el R+-Expertón correspondiente el intervalo de actividad estimado A.

$$A = [ui, um]$$

Donde el intervalo A define la actividad estimada del período, medida en número de unidades producidas, siendo respectivamente *ui* y *um*, el número mínimo de unidades y el número máximo de unidades que se espera producir en el período.

Los extremos del intervalo de actividad estarán más o menos cercanos o los niveles potenciales o normales en función de las previsiones y objetivos de la empresa.

Siguiendo la metodología propuesta, se obtiene el intervalo del R+-Expertón correspondiente que define el volumen de costes fijos totales.

$$CFT = [cfi, cfm]$$

El coste fijo por unitario previsto se definirá en función del coste fijo previsto *CFT* en función de la cantidad prevista de unidades producidas (A). Si bien ambas previsiones podrían reducirse a un número

cierto, consideramos más apropiado operar con los correspondientes intervalos derivados del R+-Expertón correspondiente con el objetivo de perder la menor información posible.

A efectos de obtener un intervalo que simplifique los cálculos, se opera mediante la división de Minkowsky [1903]. Este método implica la división entre extremos inferiores y superiores respectivamente, Farouki, Pyo, Ravani [2001]. En contrapartida, la “división normal” aplicada a intervalos definidos por números positivos se calcularía con la división cruzada de intervalos inferiores y superiores respectivamente. Dado que el objetivo es la búsqueda de un intervalo que estime un coste estándar a efectos de detectar desviaciones, interesa acotar al máximo dicho intervalo para dotar de precisión a la posible desviación.

En este sentido, la división de Minkowsky aplicada al cálculo del coste estándar unitario implica dividir el mínimo coste total con el número mínimo de unidades producidas, y el máximo coste total con el número máximo de unidades producidas. Por lo tanto, se seguiría un criterio prudente, basado en una función lineal de costes.

En cambio, “la división normal”, implicaría dividir el mínimo coste con el máximo número de unidades producidas, y el máximo coste con el número mínimo de unidades producidas. Como puede observarse, los extremos de este intervalo definirían el máximo campo de acción en el que puede operar la empresa, esto es, el mínimo coste posible y el máximo coste posible. Si la estimación sitúa el coste entre el máximo de explotación y el mínimo de explotación, no tendría sentido el cálculo de desviaciones, pues salvo sucesos extraordinarios, seguro que el coste real se sitúa dentro de ese intervalo.

Operando con la división de Minkowsky:

$$ETU_{fj} = [q_{ji}, q_{jm}] (:m) [u_i, u_m] = [q_{ji}/u_i, q_{jm}/u_m]$$

Se obtienen las correspondientes estimaciones del coste fijo unitario dividiendo vía Minkowski [1903] cada estrato de estimación. Una vez obtenidos los tres estratos de estimación del coste fijo unitario se procede a su defuzzificación según el proceso señalado.

- Intervalo de máxima amplitud coste fijo unitario

$$[I_{AFU}] = [I_{AF}] (:m) [I_{AA}] = [(cf_a^s/u_a^s), (cf_b^s/u_b^s)] = [cfu_a^s, cfu_b^s]$$

Siendo:

$[I_{AFU}] =$  Intervalo de máxima amplitud coste fijo estándar  $= [cf_a^s, cf_b^s]$

$cf_a^s =$  valor mínimo de las estimaciones iniciales del coste fijo estándar

$cf_b^s =$  valor máximo de las estimaciones iniciales del coste fijo estándar

$[I_{AA}] =$  Intervalo de máxima amplitud nivel actividad  $= [u_a, u_b]$

$u_a^s =$  valor mínimo de las estimaciones iniciales del nivel de actividad

$u_b^s =$  valor máximo de las estimaciones iniciales del nivel de actividad

$cfu_a^s =$  valor mínimo de las estimaciones iniciales del coste fijo unitario estándar

$cfu_b^s =$  valor máximo de las estimaciones iniciales del coste fijo unitario estándar

- Intervalo inicial promedio del coste fijo unitario

$$[I_{MFU}] = [I_{MF}] (:_m) [I_{MA}] = [(cf_c^s/u_c^s), (cf_d^s/u_d^s)] = [cfu_c^s, cfu_d^s]$$

Siendo:

$[I_{MF}] =$  Intervalo inicial promedio coste fijo estándar  $= [cf_c^s, cf_d^s]$

$cf_c^s =$  valor mínimo del promedio de las estimaciones iniciales del coste fijo estándar

$cf_d^s =$  valor máximo del promedio de las estimaciones iniciales del coste fijo estándar

$[I_{MA}] =$  Intervalo inicial promedio del nivel de actividad  $= [u_c^s, u_d^s]$

$u_c^s =$  valor mínimo del promedio las estimaciones iniciales del nivel de actividad

$u_d^s =$  valor máximo del promedio las estimaciones iniciales del nivel de actividad

$cfu_c^s =$  valor mínimo del promedio de las estimaciones iniciales del coste fijo unitario estándar

$cfu_d^s =$  valor máximo del promedio de las estimaciones iniciales del coste fijo unitario estándar

- Intervalo de la esperanza matemática del R-Ex coste fijo unitario

$$[I_{EFU}] = [I_{EF}] (:_m) [I_{EA}] = [(cf_e^s/u_e^s), (cf_f^s/u_f^s)] = [cfu_e^s, cfu_f^s]$$

Siendo:

$[I_{EFU}] =$  Intervalo de la esperanza matemática del R-Ex coste fijo estándar  $= [cf_e^s, cf_f^s]$

$cf_e^s =$  valor mínimo de la esperanza del r+-Expertón del coste fijo estándar

$cf_f^s =$  valor máximo de la esperanza del r+-Expertón del coste fijo estándar

$[I_{EA}] =$  Intervalo de la esperanza matemática del R-Ex nivel de actividad  $= [u_e^s, u_f^s]$

$u_e^s =$  valor mínimo de la esperanza del r+-Expertón del nivel de actividad

$u_f^s =$  valor máximo de la esperanza del r+-Expertón del nivel de actividad

$cfu_e^s$  = valor mínimo de la esperanza del r+-Expertón del coste fijo unitario estándar

$cfu_f^s$  = valor máximo de la esperanza del r+-Expertón del coste fijo unitario estándar

Definidos los tres niveles o intervalos previsionales del coste fijo unitario estándar ( $[cfu_a^s, cfu_b^s]$ ,  $[cf_c^s, cf_d^s]$ ,  $[cfu_e^s, cfu_f^s]$ ), se procede al proceso de defuzzificación, definiendo las correspondientes funciones de estimación del coste fijo unitario mínimo y máximo, y buscando el punto de cruce entre ambas.

Así función de estimación del coste fijo unitario estándar mínimo:

$$\begin{aligned}x = 1; F(x) &= a + b + c = cfu_a^s \\x = 2; F(x) &= 4a + 2b + c = cfu_c^s \\x = 3; F(x) &= 9a + 3b + c = cfu_e^s\end{aligned}$$

Despejando en la ecuación primaria

$$a = cfu_a^s - b - c$$

Operando la ecuación primaria sobre la ecuación secundaria:

- $cfu_c^s = 4 (cfu_a^s - b - c) + 2b + c$
- $cfu_c^s = 4 cfu_a^s - 4 b - 4 c + 2b + c$
- $cfu_c^s - 4cfu_a^s = -2 b - 3 c$

$$b = (-cfu_c^s + 4cfu_a^s - 3c) / 2$$

Operando la ecuación secundaria sobre la ecuación terciaria:

- $9 (cfu_a^s - [(-cfu_c^s + 4cfu_a^s - 3c) / 2] - c) + 3 [(-cfu_c^s + 4cfu_a^s - 3c) / 2] + c = cfu_e^s;$
- $9 cfu_a^s - (-9cfu_c^s + 36cfu_a^s - 27c) / 2 - 9c + (-3cfu_c^s + 12cfu_a^s - 9c) / 2] + c = cfu_e^s;$
- $18 cfu_a^s - (-9cfu_c^s + 36cfu_a^s - 27c) - 18c + (-3cfu_c^s + 12cfu_a^s - 9c) + 2c = 2cfu_e^s;$
- $-6 cfu_a^s + 6 cfu_c^s + 27c - 18c - 9c + 2c = 2cfu_e^s;$
- $2c = cfu_e^s 2 + 6 cfu_a^s - 6cfu_c^s;$

$$c = cfu_e^s + 3 cfu_a^s - 3cfu_c^s;$$



Operando la ecuación terciaria sobre la ecuación secundaria:

$$b = (-cfu_c^s + 4cfu_a^s - 3c) / 2$$

$$\text{➤ } b = (-cfu_c^s + 4cfu_a^s - 3cfu_e^s - 9cfu_a^s + 9cfu_c^s) / 2$$

$$b = (-3cfu_e^s - 5cfu_a^s + 8cfu_c^s) / 2$$

Operando la ecuación terciaria y secundaria sobre la ecuación primaria:

$$a = cfu_a^s - (-3cfu_e^s - 5cfu_a^s + 8cfu_c^s) / 2 - (cfu_e^s + 3cfu_a^s - 3cfu_c^s)$$

$$\text{➤ } cfu_a^s - (-3cfu_e^s - 5cfu_a^s + 8cfu_c^s) / 2 - cfu_e^s - 3cfu_a^s + 3cfu_c^s$$

$$\text{➤ } -(-3cfu_e^s - 5cfu_a^s + 8cfu_c^s) / 2 - cfu_e^s - 2cfu_a^s + 3cfu_c^s$$

$$\text{➤ } -(-3cfu_e^s - 5cfu_a^s + 8cfu_c^s) / 2 + 2[(-cfu_e^s - 2cfu_a^s + 3cfu_c^s) / 2]$$

$$\text{➤ } (3cfu_e^s + 5cfu_a^s - 8cfu_c^s) / 2 + [(-2cfu_e^s - 4cfu_a^s + 6cfu_c^s) / 2]$$

$$\text{➤ } (3cfu_e^s + 5cfu_a^s - 8cfu_c^s - 2cfu_e^s - 4cfu_a^s + 6cfu_c^s) / 2$$

$$a = (cfu_e^s + cfu_a^s - 2cfu_c^s) / 2$$

Y por lo tanto la función de estimación queda:

$$F_{(S_f)} \min = \left( cfu_e^s + cfu_a^s - 2cfu_c^s / 2 \right) x^2 + \left( \frac{-3cfu_e^s - 5cfu_a^s + 8cfu_c^s}{2} \right) x + cfu_e^s + 3cfu_a^s - 3cfu_c^s$$

Operando de idéntica forma para obtener la función de estimación del coste máximo:

$$F_{(S_f)} \max = \left( cfu_f^s + cfu_b^s - 2cfu_d^s / 2 \right) x^2 + \left( -3cfu_f^s - 5cfu_b^s + 8cfu_d^s / 2 \right) x + cfu_f^s + 3cfu_b^s - 3cfu_d^s$$

Igualando  $F_{(S_f)} \min$  con  $F_{(S_f)} \max$  para encontrar el punto de corte:

$$\begin{aligned} & \left( cfu_e^s + cfu_a^s - 2cfu_c^s / 2 \right) x^2 + \left( -3cfu_e^s - 5cfu_a^s + 8cfu_c^s / 2 \right) x + cfu_e^s + 3cfu_a^s - cfu_c^s \\ & = \left( cfu_f^s + cfu_b^s - 2cfu_d^s / 2 \right) x^2 + \left( -3cfu_f^s - 5cfu_b^s + 8cfu_d^s / 2 \right) x + cfu_f^s + 3cfu_b^s - 3cfu_d^s \end{aligned}$$

Una vez encontrado el punto de corte puede encontrarse el valor de  $F_{(S_f)}$  que representa la estimación del coste fijo unitario y que se simbolizará según  $S_f$ .

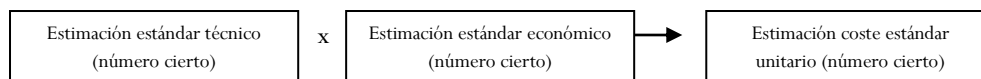
### 6.1.2 Costes variables

En el desarrollo del control interno de las desviaciones hay que tener en cuenta la variabilidad de la actividad, ya que, la desviación de los costes variables se calculan en función de la actividad empresarial, Mallo, C. et al. [2009], mientras que los costes fijos se calculan en función de la absorción que cada nivel de actividad real de los costes fijos al mantenerse éstos inalterables hasta que no se llega a la uso máximo de la capacidad total productiva, donde, a su vez, el coste unitario fijo será el mínimo.

En el intervalo de máxima amplitud ( $I_A$ ) se establecerán los valores mínimos y máximos de las estimaciones iniciales del coste fijo unitario estándar, a través de las determinación del valor mínimo y máximo inicial de las estimaciones de actividad prevista, es decir, el *estándar técnico* por el *estándar económico unitario*.

En el intervalo inicial promedio ( $I_M$ ) se establecerán los valores mínimos y máximos promedio aritmético de los  $n$  expertos prescindiendo de los valores 0 de las estimaciones iniciales del coste fijo unitario estándar, a través de las determinación del valor mínimo y máximo inicial de las estimaciones de actividad prevista, es decir, el *estándar técnico* por el *estándar económico unitario*.

Y por último el intervalo de la esperanza matemática del R-Ex ( $I_E$ ) se establecerán los valores mínimos y máximos promedio aritmético de los R+ expertos o contraexpertizaje prescindiendo de los valores 0 de las estimaciones iniciales del coste fijo unitario estándar, a través de las determinación del valor mínimo y máximo inicial de las estimaciones de actividad prevista, es decir, el *estándar técnico* por el *estándar económico unitario*.



- Intervalo de máxima amplitud coste variable unitario

$$[I_{AVU}] = [I_{AT}] (:_m) [I_{AE}] = [(et_a \times ee_a), (et_b \times ee_b)] = [cvu_a^s, cvu_b^s]$$

Siendo:

$$[I_{AT}] = \text{Intervalo de máxima amplitud del estándar técnico del coste variable} = [(et_a \times et_b)]$$

$et_a$  = valor mínimo de las estimaciones iniciales del estándar técnico

$et_b$  = valor máximo de las estimaciones iniciales del estándar técnico

$[I_{AE}]$  = Intervalo de máxima amplitud del estándar económico del coste variable =  $[ee_a \times ee_b]$

$ee_a$  = valor mínimo de las estimaciones iniciales del estándar económico

$ee_b$  = valor máximo de las estimaciones iniciales del estándar económico

$cvu_a^s$  = valor mínimo de las estimaciones iniciales del coste variable unitario estándar

$cvu_b^s$  = valor máximo de las estimaciones iniciales del coste variable unitario estándar

- Intervalo inicial promedio del coste variable unitario estándar

$$[I_{MVU}] = [I_{MT}] (:_m) [I_{ME}] = [(et_c \times ee_c), (et_d \times ee_d)] = [cvu_c^s, cvu_d^s]$$

Siendo:

$[I_{MT}]$  = Intervalo inicial promedio del estándar técnico =  $[et_c \times et_d]$

$et_c$  = valor mínimo del promedio de las estimaciones iniciales del estándar técnico

$et_d$  = valor máximo del promedio de las estimaciones iniciales del estándar técnico

$[I_{ME}]$  = Intervalo inicial promedio del estándar económico =  $[ee_c \times ee_d]$

$ee_c$  = valor mínimo del promedio las estimaciones iniciales del estándar económico

$ee_d$  = valor máximo del promedio las estimaciones iniciales del estándar económico

$cvu_c^s$  = valor mínimo del promedio de las estimaciones iniciales del coste variable unitario estándar

$cvu_d^s$  = valor máximo del promedio de las estimaciones iniciales del coste variable unitario estándar

- Intervalo de la esperanza matemática del R-Ex coste variable unitario estándar

$$[I_{EVU}] = [I_{ET}] (:_m) [I_{EE}] = [(et_e \times ee_e), (et_f \times ee_f)] = [cvu_e^s, cvu_f^s]$$

Siendo:

$[I_{ET}]$  = Intervalo de la esperanza matemática del R-Ex del estándar técnico =  $[et_e, et_f]$

$et_e$  = valor mínimo de la esperanza del r+-Expertón del estándar técnico

$et_f$  = valor máximo de la esperanza del r+-Expertón del estándar técnico

$[I_{EE}]$  = Intervalo de la esperanza matemática del R-Ex del estándar económico =  $[ee_e, ee_f]$

$ee_e$  = valor mínimo de la esperanza del r+-Expertón del estándar económico

$ee_f$  = valor máximo de la esperanza del r+-Expertón del estándar económico

$cvu_e^s$  = valor mínimo de la esperanza del r+-Expertón del coste variable unitario estándar

$cvu_f^s$  = valor máximo de la esperanza del r+-Expertón del coste variable unitario estándar

De igual forma al proceso de obtención del coste fijo unitario estándar, quedan definidos los tres niveles o intervalos previsionales del coste variable unitario estándar ( $[cvu_a^s, cvu_b^s]$ ,  $[cvu_c^s, cvu_d^s]$ ,  $[cvu_e^s, cvu_f^s]$ ), procediéndose al proceso de defuzzificación, esto es, definiendo las correspondientes funciones de estimación del coste variable unitario mínimo y máximo, y buscando el punto de cruce entre ambas.

Aplicando la misma operativa descrita en las funciones de estimación del coste fijo unitario estándar, se obtienen las funciones de estimación del coste variable unitario:

$$F_{(x_v)} \min = ((cvu_e^s + cvu_a^s - 2cvu_c^s) / 2)x^2 + ((-3cvu_e^s - 5cvu_a^s + 8cvu_c^s) / 2)x + cvu_e^s + 3cvu_a^s - 3cvu_c^s$$

Operando de idéntica forma para obtener la función de estimación del coste máximo:

$$F(S_v) \max = \left( cvu_f^s + cvu_b^s - 2cvu_d^s / 2 \right) x^2 + \left( -3cvu_f^s - 5cvu_b^s + 8cvu_d^s / 2 \right) x + cvu_f^s + 3cvu_b^s - 3cvu_d^s$$

Igualando  $F_{(x_v)} \min$  con  $F_{(x_v)} \max$ . Para encontrar el punto de corte:

$$\begin{aligned} & \left( cvu_e^s + cvu_a^s - 2cvu_c^s / 2 \right) x^2 + \left( -3cvu_e^s - 5cvu_a^s + 8cvu_c^s / 2 \right) x + cvu_e^s + 3cvu_a^s - cvu_c^s \\ & = \left( cvu_f^s + cvu_b^s - 2cvu_d^s / 2 \right) x^2 + \left( -3cvu_f^s - 5cvu_b^s + 8cvu_d^s / 2 \right) x + cvu_f^s + 3cvu_b^s - 3cvu_d^s \end{aligned}$$

Una vez encontrado el punto de corte  $x_v$  puede encontrarse el valor de  $F_{(S_v)}$  que representa la estimación del coste variable unitario y que se simbolizará según  $S_v$ .

## 6.2 Sistema matricial alternativo de estándares y desviaciones

La escuela alemana, representada por Schneider, E [1937], aportó principalmente la incorporación del razonamiento económico a la contabilidad de costes mediante la inclusión de conceptos perfectamente sistematizados. En este punto Horngren, C. [2007] puso un punto de máxima reflexión en los costes de desocupación o también llamados de subactividad, y la clasificación de los costes por cada uno de los centros, departamentos o secciones orgánicas de un centro productivo.

Cuando una empresa cumple estrictamente los objetivos marcados en el presupuesto fijo original no precisa de implantar un presupuesto flexible ya que este último sería igual al primero, pero cuando se precisa de mayor detalle para averiguar las causas de las desviaciones se precisan muchas más magnitudes para su control y establecer en el siguiente ciclo económico su corrección, Furlan, S. y Provenzali, P. [1977], ya que las empresas tienen un gran interés en proporcionar información precisa a los *stakeholders* por lo que con precisión se puede gestionar sus carteras y ajustar sus expectativas de dividendos en consecuencia, Polimeni [1999].

### 6.2.1 Matriz de estándares

Basado en el trabajo de Farouki, R.T., Pyo H., and Ravani, B. [2001] Minkowski Geometric Algebra of Complex Sets y siguiendo con el razonamiento señalado, la matriz de costes estándares unitarios ( $Me$ ) podría expresarse según el siguiente modelo:

$$Me = \begin{bmatrix} SV_{11} & SV_{12} & \dots & SV_{1n} \\ SV_{21} & SV_{22} & \dots & SV_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ SV_{k1} & SV_{k2} & \dots & SV_{kn} \\ Sf_{(k+1)1} & Sf_{(k+1)2} & \dots & Sf_{(k+1)n} \\ Sf_{(k+2)1} & Sf_{(k+2)2} & \dots & Sf_{(k+2)n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Sf_{l1} & Sf_{l2} & \dots & Sf_{ln} \end{bmatrix}$$

La anterior expresión matricial definiría una clasificación de costes según fijos y variables siendo las filas de la matriz, obedeciendo la ordenación por columnas según la imputación a secciones. Por lo tanto, la anterior matriz debería interpretarse en el siguiente sentido: El proceso productivo se compone de  $l$  factores, de los cuales  $k$  son costes variables, y  $l-k$  son costes fijos. Dichos costes se imputan a  $n$  secciones.

Conviene resaltar que es muy probable que un factor  $S$  adquiriera signo nulo en una determinada sección  $j$ , por no ser imputable a dicha sección.

Sin prejuicio de otros desgloses más detallados según los requerimientos de información, proponemos la agrupación por factores, pues como se detalla más adelante resulta altamente operativa para la detección eficaz de desviaciones significativas, considerando por ello, que es más conveniente un análisis minucioso a posteriori, que una sobresaturación de datos.

De esta forma, se propone la siguiente organización de la matriz de costes estándares:

$$Me' = \begin{bmatrix} smp_{11} & smp_{12} & \dots & smp_{1n} \\ smo_{21} & smo_{22} & \dots & smo_{2n} \\ sggf_{31} & sggf_{22} & \dots & sggf_{3n} \end{bmatrix}$$

Esta expresión agruparía los costes estándares por factores y por secciones. El primer subíndice correspondiente del número de filas, 1, 2 y 3 designaría respectivamente los costes estándares unitarios del factor materia prima (*smp*), la mano de obra (*smo*) y los costes generales de fabricación (*sggf*). Dichos factores serían imputados a la *n* secciones del proceso, reflejado en el segundo subíndice de cada elemento de la matriz. Esta propuesta, no es incompatible con un detalle ampliado de los factores, como por ejemplo, separar los costes fijos.

Finalizado el período, se disponen de los costes reales de cada factor y de cada sección. Esos datos se podrán ordenar en consonancia con el criterio de clasificación y localización del modelo de costes estándares, definiendo por lo tanto la matriz de costes reales (*Mr*). Dado que la matriz de estándares está expresada según el coste unitario, para calcular las correspondientes desviaciones deberá multiplicarse por la producción real del período (*Pr*).

Así la matriz de desviaciones (*Md*) se obtendrá según:

$$Md = (Me' \times Pr) - Mr$$

$$\begin{aligned} Mr &= \left( \begin{bmatrix} smp_{11} & smp_{12} & \dots & smp_{1n} \\ smo_{21} & smo_{22} & \dots & smo_{2n} \\ sggf_{31} & sggf_{22} & \dots & sggf_{3n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} rmp_{11} & rmp_{12} & \dots & rmp_{1n} \\ rmo_{21} & rmo_{22} & \dots & rmo_{2n} \\ rggf_{31} & rggf_{22} & \dots & rggf_{3n} \end{bmatrix} \right) \\ &= \begin{bmatrix} smp_{31} * Pr - rmp_{31} & smp_{22} * Pr - rmp_{32} & \dots & smp_{3n} * Pr - rmp_{3n} \\ smo_{31} * Pr - rmo_{31} & smo_{22} * Pr - rmo_{32} & \dots & smo_{3n} * Pr - rmo_{3n} \\ sggf_{31} * Pr - rggf_{31} & sggf_{22} * Pr - rggf_{32} & \dots & sggf_{3n} * Pr - rggf_{3n} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} dmp_{11} & dmp_{12} & \dots & dmp_{1n} \\ dmo_{11} & dmo_{12} & \dots & dmo_{1n} \\ dggf_{11} & dggf_{12} & \dots & dggf_{1n} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

## **Conclusiones**





## Conclusiones

---

A continuación se recogen, a modo de reflexión final, las principales conclusiones obtenidas en los distintos capítulos de esta tesis, cuyo objetivo último ha sido presentar la necesidad de las empresas por determinar los costes de producción futuros bajo un entorno de demanda incierta.

Parece provechoso comenzar estas páginas haciendo explícitas las dos ideas principales que han guiado esta investigación.

En la primera parte de la investigación aborda la necesidad, por parte de las empresas, en planificar sus costes de productos o servicios, a los efectos de partir de unos precios de factores ‘a priori’, que generen una ganancia que permita alcanzar las rentabilidades requeridas por los inversores y estimar las alteraciones de mercado y sus conductas, para ello la aportación de modelos de costes estándares a través de presupuestos flexibles para el cálculo de los precios y unidades, tanto en su vertiente económica como en su vertiente técnica, establecen los estadios de comportamiento entre la estimación y la realidad del proceder de dicha actividad.

La segunda parte de la tesis aborda el uso de la lógica borrosa como ciencia capaz de maximizar la complejidad del proceso de determinación de los precios cuando para ellos no existen modelos matemáticos precisos, o bien para procesos altamente no lineales, o bien cuando el conocimiento no es estrictamente definido, por lo tanto es impreciso o subjetivo. Esta ciencia cubre las principales incertidumbres aunque para ello deba trabajar con restricciones como son las de mercados, las de materiales o inventario, las de capacidad, las logísticas, las administrativas o bien las conductuales.

A través de una cuarta conclusión, aquí presentada, queda demostrada, bajo el modelo teórico, que la hipótesis basada en que, las desviaciones entre los costes estándares establecidos bajo presupuestos flexibles y la realidad obtenida mediante el cálculo de la confrontación empírica, a través de una matriz de costes fijos y variables desfuzzificados son un 50% más eficientes a la que se obtendría a través de los sistemas tradicionales bajo dichas situaciones de incertidumbre o fluctuaciones excesiva. Esta hipótesis permite minimizar el impacto de las desviaciones y por tanto su afectación a la cuenta de resultados del presupuesto previsto.

Así pues como síntesis de cuanto se ha expuesto en las páginas precedentes, se exponen a continuación las conclusiones más relevantes obtenidas del presente trabajo de investigación.

Dada la peculiaridad del análisis desarrollado, estas conclusiones han sido agrupadas en dos vertientes principales:

- conclusiones relativas al cálculo de los costes generales de transformación estándares bajo presupuestos flexibles y,
- y una segunda vertiente de conclusiones relativas al modelo de los intervalos de lógica borrosa.

#### **A.- Conclusiones relativas al cálculo de los costes generales de transformación estándares**

**Conclusión I.** Bajo un modelo de presupuestos flexibles se concluye que la aportación del nuevo modelo de desviaciones de los costes generales de fabricación son que: la suma de las desviaciones técnicas son iguales a las desviaciones en rendimiento del modelo tradicional.

$$tsv (Hs - Hr) + tsf (Hs - Hr) = (Hs - Hr) (tsv + tsf) = (tsv + tsf) (Hs - Hr) = Ts (Hs - Hr)$$

**Conclusión II.** Bajo un modelo de presupuestos flexibles se concluye que la aportación del nuevo modelo de desviaciones de los costes generales de fabricación son que: la suma de las desviaciones económicas de los costes generales de fabricación variables y las desviaciones en presupuesto de los costes fijos son iguales a la desviación en presupuesto del modelo tradicional. Así:

$$\begin{aligned} Hr (tsv - trv) + (Fp - Fr) &= Hr tsv - Hr trv + (Fp - Fr) = (Fp + Hr tsv) - (Fr + Hr trv) \\ &= Bij - Kr \end{aligned}$$

**Conclusión III.** Bajo un modelo de presupuestos flexibles se concluye que la aportación del nuevo modelo de desviaciones de los costes generales de fabricación son que: la desviación total del modelo alternativo es igual a la desviación total del modelo tradicional.

$$DT_{mod\ alt} = tsv (Hs - Hr) + Hr (tsv - trv) + tsf (Hs - Hr) + Hr (tsf - trf) + tsf (Hr - Hp)$$

#### **B.- Conclusiones relativas al modelo de los intervalos de lógica borrosa**

**Conclusión IV.** El modelo alternativo presentado ofrece una aportación centrada en el proyecto de determinar una función relativa de los factores generales de producción de un proceso industrial o de servicios, de forma alternativa al perfil de la deducción de los límites inferiores o mínimos y superiores o máximos de una función difusa.

Tiene entre sus objetivos prioritarios el ofrecer una elección veloz y operativa para la determinación de costes estándares en contextos inciertos. Expresar números borrosos o difusos en números naturales.

A través de esta nueva contribución al método de defuzzificación que aportamos en esta tesis, utilizando la función cuadrática de máximos y mínimos, la desviación económica del estándar de materia prima se reduce en un 50% a la predicción establecida por lo que se concluye que transfiriere mayor exactitud en el resultado y mayor facilidad de gestión de los datos.

**Conclusión V.** Bajo esta premisa se plantea la obtención de una función que iguale, la función  $F_{(x_f)} \text{ min}$  con la función  $F_{(x_f)} \text{ máx}$  para encontrar un punto de corte. Una vez encontrado este punto de corte  $x_f$  puede encontrarse el valor de  $F_{(x_f)}$  que representa la estimación unitaria del coste fijo y que se simbolizará según  $S_f$ , mientras que el punto de corte  $x_v$  donde se atraviesan las funciones  $F_{(x_v)} \text{ min}$  con la función  $F_{(x_v)} \text{ máx}$  para encontrar el valor de  $F_{(x_v)}$  que representa la estimación unitaria del coste variable y que se simbolizará según  $S_v$ .

Y es en el punto de intersección de las funciones donde vamos a encontrar el punto de coste esperado defuzzificado. Es por ello que nos axioma el objetivo de dotar de mayor precisión a la función de estimaciones, ya que no se aproxima de forma lineal, sino en su forma cuadrática pues resulta evidente que la intersección de dichos puntos no dibuja linealidad.

**Conclusión VI.** La expresión matricial presentada define una clasificación de costes según sean fijos y variables siendo estas las filas de la matriz, mientras que la ordenación por columnas corresponde a la imputación a secciones. Por lo tanto, la anterior matriz debería interpretarse en el siguiente sentido:

- El proceso productivo se compone de  $l$  factores,
  - de los cuales  $k$  son costes variables, y
  - $l-k$  son costes fijos.
- Dichos costes se imputan a  $n$  secciones.

Proponemos la agrupación de esta expresión en los costes estándares por factores y por secciones. El primer subíndice correspondiente del número de filas, 1, 2 y 3 designaría respectivamente los costes estándares unitarios del factor materia prima ( $sm\dot{p}$ ), la mano de obra ( $smo$ ) y los costes generales de fabricación ( $sgg$ ). Dichos factores serían imputados a la  $n$  secciones del proceso, reflejado en el segundo subíndice de cada elemento de la matriz.

Finalizado el período, se disponen de los costes reales de cada factor y de cada sección. Esos datos se podrán ordenar en consonancia con el criterio de clasificación y localización del modelo de costes estándares, definiendo por lo tanto la matriz de costes reales ( $Mr$ ). Dado que la matriz de estándares está expresada según el coste unitario, para calcular las correspondientes desviaciones deberá multiplicarse por la producción real del período ( $Pr$ ).

Los dos métodos anteriores concluyen en una forma matricial del tipo, columna-sección; fila-factor. Con independencia de cómo se haya calculado, a continuación se propone como interpretar la matriz de desviaciones.

**Conclusión VII.** La desviación total sufrida por la empresa se compondrá de la suma de todas las desviaciones surgidas en el período. El modelo propuesto ofrece la posibilidad de definir de manera muy segmentada los focos de desviaciones, lo que permite definir la desviación total desde distintos ángulos de análisis:

- Desviación total interpretada por secciones: En este caso, la variable explicada es la desviación total y las variables explicativas serían las desviaciones totales de cada sección. A su vez, la desviación de cada sección se explicaría por la suma de las desviaciones de los factores imputables a esa sección.
- Desviación total interpretada por factores: Según este enfoque la variable explicada sería la desviación total, y las variables explicativas serían la suma de las desviaciones de cada factor de producción.

**Conclusión VIII.** Ambas formas de definir la desviación total deben tener de forma necesaria idéntica cifra en relación a la desviación total, si bien serían distintas en sus variables explicativas. Es también necesario remarcar, que la desviación de cada factor está explicada por el comportamiento tanto de su factor técnico como económico. Por lo tanto, la matriz de desviaciones puede segmentarse en  $q$  elementos con cuatro características principales: factor, sección, componente técnico y componente económico. Esta organización de la información permite seleccionar los componentes principales que son explicativos de la desviación total. Para efectuar la selección de los componentes principales puede dividirse cada desviación parcial respecto la desviación total con el objetivo de obtener el porcentaje de desviación total explicada por cada componente.

A tenor de lo novedoso de la investigación y la falta material de trabajo sobre la materia abordada a continuación, se citan las nuevas líneas de investigación futuras posibles:

- El uso de diferentes varios modelos matemáticos para el cálculo de los costes estándares técnicos: la regresión posibilística o difusa, la regresión lineal difusa múltiple, la regresión lineal difusa exponencial, o bien la regresión con intervalos para la determinación de los  $\alpha$  corte.
- Determinación del nuevo modelo del cálculo mediante sub-conjuntos difuso óptimo y la creación de una nueva matriz de costes estándares
- Líneas de R+ Expertones usando otras medidas en vez de las medias ponderadas.

Simplemente para finalizar indicar que se ha presentado sólo un modelo de determinación de costes basado en la lógica difusa determinando el precio de los costes fijos y variables de fabricación bajo entornos de incertidumbre quedando abiertas a nuevas aportaciones que hasta el momento son teóricas y por tanto siguen abiertos.



## **Bibliografía**





## 1. Documentación.

- AECA. [1992] *El proceso presupuestario en la empresa*. Principios de Contabilidad de gestión. Documento n° 4. AECA. Madrid.

## 2. Artículos.

- Andrés, J. [2006] Cálculo de las provisiones para siniestros pendientes de declaración con regresión borrosa. Cuadernos del CIMBAGE N°8 1-36
- Arango Serna, MD. Vergara Rodríguez, C. [2009], Modelización difusa para la planificación agregada de la producción en ambientes de incertidumbre. *Dyna*, Año 77, Nro. 162, pág. 397- 409. Medellín.
- Barbosa de Alencar, D. [2012]. Aplicación de la lógica difusa para la evaluación de rendimiento del desarrollo de proyectos de dispositivos y equipos para la producción industrial
- Beck, S.; Mikut, R.; Jäkel, J. [2004] A Cost-Sensitive Learning Algorithm for Fuzzy Rule-Based Classifiers. *Mathware & Soft Computing*, n°11, pp. 179-195
- Björk, K-M [2008]. An analytical solution to a fuzzy economic order quantity problem. Department of Technology, Akademi University, Joukahaisenkatu 3-5A, FI-20520, Turku, Finland.
- Björk, K-M, Carlsson, C. [2005] Outcome of imprecise lead times on the distributors, in: Proceedings of the 38th Annual Hawaii International Conference on System Sciences (HICSS'05), Track 3, HICSS, pp. 81–90.
- Canós Darós, L. Valdés Conca, J. Zaragoza Sáez, P.C., [2003]. La gestión de competencias como pieza fundamental para la gestión del conocimiento. *Boletín de Estudios Económicos*, Dic. LVIII (180).
- Carleton, WT. [1970] Linear Programming and Capital Budgeting Models: A new Interpretation, “*Journal of Finance*”, pág. 825-833.
- Chambers, DI [1967] Programming the Allocation of Funds Subject to Restrictions on Reported Results, “*Operating Research Quarterly*”, 18, n° 4.
- Charnes, A., Cooper, WW. Y Miller, MH [1959]. Application Linear Programming to Financial Budgeting and the Costing of Funds, *The Journal of Business*, vol. 32 pág. 20-46.
- Chen, S.H., [1985]. Operations on fuzzy numbers with function principle. *Tamkang Journal of Management Sciences* 6 (1), pág.13–26.
- Chen-Tung Hsu [1996]. *Journal Fuzzy Sets and Systems* Volume 79 Issue 3, May 13, 1996 Elsevier North-Holland, Inc. Amsterdam, the Netherlands, The Netherlands
- Christopher F. Parmeter, Kai Sun, Daniel J. Henderson, Subal C. Kumbhakar [2014] Estimation and inference under economic restrictions, *Journal of Productivity Analysis*, Volume 41, Issue 1, pp. 111–129
- Christopher J. O'Donnell, Robert G. Chambers, John Quiggin [2010] Efficiency analysis in the presence of uncertainty, *Journal of Productivity Analysis*, Volume 33, Issue 1, pp. 1–17
- Cooper, R., Kaplan, R.S., Maisel, L.; Morrissey, E. y Oehm, R. [1992]: *Implementing Activity-based Cost Management. Moving from Analysis to Action*. Institute of Management Accountants, Montvale, New Jersey.
- Correa, J. [2004] *Aproximaciones Metodológicas Para la Toma de Decisiones, Apoyadas en Modelos Difusos*, tesis presentada a la Universidad Nacional de Colombia, para optar al grado de Magíster en Ingeniería de Sistemas.
- Daisy X. M. Zheng, S. Thomas Ng [2005], Stochastic Time–Cost Optimization Model Incorporating Fuzzy Sets Theory and Nonreplaceable Front, *J. Constr. Engrg. And Mgmt.* Volumen 131, Issue 2, pp. 176-186
- Dean R. J., Bennett J. W. y Leather, J. A [1975] *Computer Model for Financial Planning*, the Institute of Chartered Accountants, Research Committee, “*Occasional Paper*”, n° 5.

- Di Stefano, V., [2003] Motivación e incentivos al personal. Volver al pasado para proyectarse al futuro. VIII Congreso Internacional de Costes. Uruguay
- Egbert van der Veen, Erwin W. Hans, Bart Veltman, Leo M. Berrevoets, Hubert J.J.M. Berden [2015]. A case study of cost-efficient staffing under annualized hours. Health Care Management Science Septiembre 2015, Volumen 18, Issue 3, pp. 279–288
- Ehsan Eshtehardiana, Abbas Afshara, Reza Abbasniaa [2008], Time-cost optimization: using GA and fuzzy sets theory for uncertainties in cost. First International Conference on Construction in Developing Countries (ICCIDC-I) “Advancing and Integrating Construction Education, Research & Practice” August 4-5, 2008, Karachi, Pakistan
- Escamilla, J. [1998] Nuevo método para realizar el proceso de defuzzificación en controladores difusos. XX Congreso Internacional Académico de Ingeniería Electrónica (Instituto Tecnológico de Chihuahua, Chihuahua)
- Farouski, R.T., Pyo H., and Ravani, B. [2001] Minkowski Geometric Algebra of Complex Sets Geometriae Dedicata Kluwer Academic Publishers 85: 283-315.
- González, J. A. [2000]. La tesis doctoral. Planificación y ejecución de un trabajo de investigación en contabilidad y finanzas. AECA. Madrid.
- Hsu, T.; Lin, L.Z. [2006] Using fuzzy set theoretic techniques to analyze travel risk: An empirical study. Tourism Management, n°27, pp.968-981.
- Hurtado, A.J. y Tinto, J. [2009]. Nueva técnica para medir la pobreza utilizando la teoría de la incertidumbre Economía, XXXIV, 28 (julio-diciembre, 2009), pp. 213-237.
- Karwowski, W. and Evans, G. W. [1986]. Fuzzy concepts in production management research: a review, International Journal of Production Research, 24(1), 129-147.
- Kofjac, D.; Kljajic, M.; Rejec, V. [2009].The anticipative concept in warehouse optimization using simulation in an uncertain environment. European Journal of Operational Research, n° 193, pp. 660-669.
- Kosko, B [1988], Bidirectional associative memories, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics vol.18 no. 1, pp. 49-60.
- León, T, Liern, V. Ruiz, J. L., y Sirvent, I. [2002], A Possibilistic Programming Approach to the Assessment of Efficiency with DEA Models, Fuzzy Sets and Systems, 139, pág. 407-419.
- Lewellyn, K.B. & Muller-Kahle, M.I. J Manag [2015]. The configurational effects of board monitoring and the institutional environment on CEO compensation: a country-level fuzzy-set analysis. Journal of Management & Governance. Julio 2105, pp. 1–29.
- Liern Carrión, V., Canós Darós, L. [2003]. Toma de decisiones mediante algoritmos borrosos: aplicación a la viabilidad y reestructuración de plantillas laborales. Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa: 12 (2).
- Maiers, J. and Sherif, Y. S. [1985] Applications of fuzzy set theory, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 15(1), 175-189.
- Mandiburu, H.A. [2008] Foro Internacional de Voces Expertas para Integrar Tecnología y Negocios en un Mundo Global, EXPO COMM, México, Feb. /2008
- Mark H. A., Daisuke Yoshikaw [2012]. A note on utility-based pricing in models with transaction costs. Mathematics and Financial Economics. Volumen 9, Issue 3, pp. 231-245.
- Mattesich, R. [1957] “Towards an Axiomatization of Accountancy”, with an Introduction to the Matrix Formulation of Accounting Systems, Accounting Research, pág. 382.

- Mattesich, R. [1958] “Mathematical Models in Business Accounting”, Accounting Review, pág. 472-481.
- Mei-Ying Huang, Tsu-Tan Fu [2013]. An examination of the cost efficiency of banks in Taiwan and China using the metafrontier cost function Journal of Productivity Analysis December 2013, Volume 40, Issue 3, pp. 387–406.
- Minkowski, H. [1903], “Volume and Oberfläche”. Math. Ann. Vol. 57. 1903. pp. 447-495.
- Mula, J., Poler, R. y García-Sabater, JP. [2005] Requisito de material planificación con restricciones parciales y coeficientes parciales. CIGIP (Research Centre on Production Management and Engineering).
- Niazi, A., Dai1, J.S., Balabani, S., Seneviratne, L., [2006], Product Cost Estimation: Technique Classification and Methodology . Journal of Manufacturing Science and Engineering.
- Nahmias, S. [1997]: Production and Operations Analysis, Third edition, Ed. IRWIN, Chicago.
- Olivier Guéant, Charles-Albert Lehalle, Joaquín Fernández-Tapia [2013]. Dealing with the inventory risk: a solution to the market making problem Mathematics and Financial Economics, Volume 7, Issue 4, pp. 477-507.
- Ramírez, D. [1998]. “Analysis of uncertainty”. Fuzzy Economic Review, 2(3), 69-80.
- Reig, J., Sansalvador, ME, Trigueros, JA, [2000], Lógica borrosa y su aplicación a la contabilidad. Revista Española de Contabilidad, vol. XXIX, núm. 103, 83-106.
- Reig, J.; González, J.F. [2002] Modelo borroso de control de gestión de materiales. Revista Española de Financiación y Contabilidad. , nº112, pp.431-459.
- Ripoll, V., Castelló, E [1993] Costes indirectos de producción: localización, imputación y control, AECA, Documento 7.
- Roberto García-Castro, Ruth V. Aguilera, Miguel A. Ariño, [2013]. Bundles of Firm Corporate Governance Practices: A Fuzzy Set Analysis Corporate Governance and International Review Volume21, Issue4 July 2013 Pages 390–407.
- Robichek, AA, Teichroew D. y Jones, JM, [1965] Optimal Short Term Financing Decision, “Management Science”, vol. 12, nº 1, pág. 1-35.
- Robleda, H. [1993] Mano de obra: Valoración, asignación y control, AECA, Documento, 6.
- Rocafort, Alfredo – Pursals, Alejandro [2016] Desviaciones bajo el modelo de presupuesto flexible: un modelo alternativo. Revista Real Academia Europea de Doctores, Septiembre de 2016. pág.151-170.
- Saaty, T. [1990]. An exposition of the AHP in replay to the paper Remarks on the analytic hierarchy process. Management Science, 36/3:259-268.
- Saaty, T. [1994]. The analytic hierarchy process: some observations on the paper Apostolou and Hassell. Journal of Accounting Literature, vol.13: 212- 219.
- Samaniego Alcántar, A. [2009] Incertidumbre en los proyectos de investigación y desarrollo (I+D) Contaduría y Administración, No. 232, septiembre-diciembre 2010: 65-81
- Sansalvador, M.E., Reig, J., Cavero, J.A., [2004]. Los costes intangibles de la calidad; propuesta metodológica de cuantificación. Revista española de financiación y contabilidad. Vol.23, nº 122, jul.-sep., pág.741-777.
- Schniederjans, M.J. Garvin, T [1997], Using the analytic hierarchy process and multi-objective programming for the selection of cost drivers in activity-based-costing. European Journal Operation Research, 1 Jul, 100 pág. 72-80.
- Stedry, AC. [1960] “Budget Control and Cost Behavior”, Englewood Cliffs, pág. 113-143.
- Sverre A. C. Kittelsen, Benny Adam Winsnes, Kjartan S. Anthun, Fanny Goude, Øyvind Hope, Unto Häkkinen, Birgitte Kalseth, Jannie Kilsmark, Emma Medin, Clas Rehnberg, Hanna Rättö [2015].

- Decomposing the productivity differences between hospitals in the Nordic countries. *Journal of Productivity Analysis* June 2015, Volumen 43, Issue 3, pp. 281–293
- Tanaka, H. and Ishibuchi, H. [1993] Evidence theory of normal possibility distributions, *Approximate Reasoning* 8. Pág. 123 140.
  - Tanaka, H. Ishibuchi, S. Yoshikawa [1995] Exponential possibility regression analysis. *Fuzzy Sets and Systems* 69. Ed Elsevier. Pág. 305 318s.
  - Tanaka, H., Hayashi, L. and Watada, J. [1989] Possibilistic linear regression analysis for fuzzy data, *European J. Oper. Res.* 40 389-396.
  - Tanaka, H., Uejima S., and Asai, K. [1982] linear regression analysis with fuzzy model, *IEEE Trans. SMC* 12 pág. 903 907.
  - Tanaka, K.: [1997] an introduction to Fuzzy Logic for practical applications. Springer-Verlag, New York.
  - Thierry, M.; Salomon, M.; Nunnen, J. y Wassenhove, L. [1995]; Strategic issues in Product Recovery Management, *California Management Review*, 37(2), 114- 135
  - Torabi, S.A., Hassini, E., [2008]. An interactive possibilistic programming approach for multiple objective supply chain master planning. *Fuzzy Sets and Systems* 159 (2), 193–214
  - Tütüncü Yazgi, G., Aköz, O., Apaydın, A., Petrovic, D. [2008]. Continuous review inventory control in the presence of fuzzy costs. *Science Direct, Ed Elsevier Int. J. Production Economics* 113, pág. 775–784.
  - Umble, M. [1995]. *Manufactura Sincrónica*. Vol. 1, México. P.p. 60-97.
  - Yee Cheng Loon [2011] Model uncertainty, performance persistence and flows, *Review of Quantitative Finance and Accounting*, Volume 36, Issue 2, pp. 153–205.
  - Zimmerman, H.J. [1983] Using fuzzy sets in operational research, *European Journal of Operational Research*, 13(3), 201-216.
3. **Libros.**
- Adam, E. & Ebert, R. [1991]: *Administración de la producción y de las operaciones*, cuarta edición, Ed. Prentice Hall, México D.F.
  - Álvarez J. et al [1996]: *Contabilidad de Gestión Avanzada: Planificación, Control y experiencias prácticas*. España. McGraw-Hill/Interamericana de España
  - Álvarez López, J y Blanco Ibarra, F. [1989]: *Introducción a la Contabilidad Directiva. Diagnóstico, planificación y control*. Editorial Donostiarra S.A. San Sebastián
  - Arbones Malisani, E. [1989] *Logística empresarial* Ed. Boixereu.
  - Baker, M.; Jacobsen, L. y Ramírez Padilla, D. [1988]. *Contabilidad de Costes. Un enfoque administrativo para la toma de decisiones*. McGraw Hill
  - Brealey, R. y S. Myer, [1994] *Fundamento de Financiación Empresarial*. Tercera Parte, cuarta edición, México, Editorial McGraw Hill.
  - Brimson, J.A. [1991]: *Activity accounting: An activity – based – costing approach*. John Wiley and Sons, New York
  - Buffa, E. & Sarin, R. [1995]: *Administración de la producción y de las operaciones*. Ed. Limusa, México D.F.
  - Chase, R. & Aquilano, N. [1995]: *Dirección y administración de la producción y de las operaciones*, 6ª. Ed., Editorial IRWIN, Barcelona.
  - Companys Pascual, R. [1989]: *Planificación y programación de la producción*, Ed. Marcombo S.A., Barcelona.

- Domínguez Machuca, J.A. et. Al [1995]: Dirección de operaciones. Aspectos tácticos y operativos en la producción y los servicios. Editorial McGraw Hill, Madrid.
- Dupréel, E. G. [1922], La légende socratique et les sources de Platón. Bruxelles, Editions Robert Sand.
- Fernández, J.M [1977]: Teoría económica de la contabilidad, ICE, 9ª. Ed., Madrid.
- Franquesa, J. [1991] De la contabilidad de costes al ‘tableau de bord’. Marcombo, Madrid.
- Furlan, S. y Provenzali, P. [1977] Contabilidad de costes e informaciones extracontables. Ed. Deusto Bilbao.
- Gil-Aluja, J.; Teodoresco, H.N. y Gil Lafuente, A.M. [1994]. An Introduction to Fuzzy Systems. Lausana (Suiza): Leao-Lami.
- Graves, S.C; Rinnoy A.H y Zipkin P.H. [1993]. Logistics of Production and Inventory, NorthHolland.
- Hargadon, JR., Múnera, A, [1992] Contabilidad de Costes, Editorial Norma.
- Herzberg, F. [1966]. Work and nature of man. Editorial World.
- Hillier, F.S. y Lieberman, G.J. [1991], Introducción a la Investigación de Operaciones, McGraw-Hill.
- Horngren C et al. [2007]; “Contabilidad de costes”, Ed. Pearson Prentice Hall, México
- Ioan Constantin Dima, Mariana Man. Using Budgets Modeling Unit Cost of Production [2015]. Modelling and Simulation in Management. Part of the series Contributions to Management Science pp. 435-479
- Johnson, H.T. y Kaplan, R.S. [1988]. La Contabilidad de Costes: Auge y Caída de la Contabilidad de Gestión, Barcelona, Ed. Plaza & Janes.
- Johnston, J. Statistical Cost Analysis, Ed. McGraw Hill Books Company, Inc. London 1955, traducido por Pedrós, A. Ed. Sagitario, Barcelona.
- Kaufmann, A y Gil-Aluja, J. [1992]. Técnicas de gestión de empresa. Previsión, decisiones y estrategias. Madrid: Ed. Pirámide.
- Kaufmann, A. [1978]. Modèles mathématiques pour la stimulation inventive. Paris. Ed. Albín Michel.
- Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. [1986]. Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas. Santiago de Compostela, España; Ed. Milladoiro.
- Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. [1987]. Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre. Barcelona, España: Ed. Hispano-Europea.
- Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. [1993]. Nuevas técnicas para la dirección estratégica. Barcelona, España: Ed. Universitat de Barcelona.
- Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. [1993]. Técnicas especiales para la gestión de expertos. Vigo, España: Ed. Milladoiro.
- Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. [1995]. Grafos neuronales para la economía y la gestión de empresas. Madrid: Ed. Pirámide.
- Lai, Y.J., Hwang, Ch. L., [1992]. Fuzzy Mathematical Programming: Methods and Applications. Springer - Verlag, Heidelberg.
- Laumille, R [1991] Gestión de stocks. Bien Hecho en América Peter C. McGraw-Hill.
- Mallo, C. et al. [2009] Contabilidad de costes 3ª edición, Ed. Pirámide, Madrid
- Mallo, C. Kaplan, R. Meljem, S. y Giménez, C. [2000]: Contabilidad de Costes y Estrategia de Gestión. Editado por Prentice Hall, Madrid.
- Mallo, C. y Merlo, J. [1995]: Control de Gestión y Control Presupuestario. McGraw- Hill / Interamericana de España S.A. Madrid.
- Marqués, E. [1978] Contabilidad de los Recursos Humanos, Ed. Pirámide Madrid pág. 27.
- Maslow, A.H. [1954]: Motivation and personality. Editorial Harper & Row.

- Meredith, J. & Gibbs, T. [1986]: Administración de operaciones, Ed. Limusa, México D.F.
- Michael Di Francesco, John Alford. Budget Reform and Rule Modification [2016]. Balancing Control and Flexibility in Public Budgeting. pp. 53-72
- Miranda, F. [2005]. Manual de dirección de operaciones. Vol. 2, Madrid.
- Neuner, J. y Deakin E. [2001]. Contabilidad de Costes. Principios y Práctica. Tomo 1. Editorial. LIMUSA.
- Plossl, G.W. [1987] Control de la producción de inventarios, editorial Prentice Hall, 2 edición.
- Polimeni et al. [2005]. Contabilidad de costes. Conceptos y aplicaciones para la toma de decisiones gerenciales. La Habana: Editorial Félix Varela segunda edición. Tomo I.
- Polimeni, Ralph, S. [1999]. Contabilidad de Coste. Conceptos y aplicaciones para la toma de decisiones gerenciales. Tomo 1. México, DF. Editorial McGraw Hill.
- Rayburn L.G. [1999]. Contabilidad y Administración de Costes. Sexta Edición. McGraw Hill.
- Rayburn, L. G [1987]. Contabilidad de Gestión. Presupuestaria y de Costes. McGraw Hill y Océano Grupo Editorial.
- Rocafort Nicolau, A. [1985]: Tratado de contabilidad, Tomo 4, 'Contabilidad de costes', Ed. Hispano Europea, SA, Barcelona.
- Rocafort Nicolau, A., Ferrer, V. [2008] Contabilidad de costes, fundamentos y ejercicios resueltos, Editorial Bresca - Profit.
- Rocafort, Nicolau, A. y Martín Peña, F. [1991]: Just-in-time para empresas españolas. Ed. Miquel. Barcelona.
- Saaty, T. [1980]. The analytic hierarchy process. McGraw-Hill, NY, USA.
- Saaty, T. [1988]. Decision making for leaders. RWS Publications. Pittsburgh, USA.
- Schneider, E.: [1937]. Der Kottenrahmen, Leipzig.
- Schroeder, R. [1992]: Administración de operaciones, toma de decisiones en la función de operaciones, 3ª. Ed., Editorial McGraw Hill, México.
- Starr, M. [1979]: Administración de la producción. Sistemas y síntesis, Ed. Dossat S.A., Madrid.
- Taha, H.A. [1991], Investigación de Operaciones, RA-MA.
- Tawfik, L. & Chauvel, A.M. [1992]: Administración de la producción, Ed. McGraw Hill, México D.F.
- Teboul, J. [1999]. A Era dos Serviços: uma nova abordagem de gerenciamento. Rio de Janeiro. Qualitymark.
- Thomas. D. [1996]. Coordinated supply Chain management. School of industrial and systems engineering, Georgia institute of technologic Atlanta.
- Vollmann, T.E., W.L. Berry, W.L. y D.C. Whybark, [1992]. "Manufacturing Planning and Control Systems", 3ª Edition, Irwin, Homewood, Illinois.
- Weston, T., [2006] Fundamentos de Administración Financiera. Vol. II y III, La Habana, Editorial Félix Varela.
- Zadeh, L. [1965]. Fuzzy Sets. Information and Control, vol. 8, June.
- Zimmermann, H.-J. [1991] Fuzzy Set Theory and Its Application, second ed., Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.